Dipôle RC. Bac 2021

Ex. n°1 : (Principale 2013 Technique)

On dispose d'une pile (P) de force électromotrice **E** et de résistance interne **r**. On peut modéliser cette pile par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance **r** et d'un générateur idéal de tension de force électromotrice **E**.
Pour déterminer les grandeurs caractéristiques **E** et **r** de la pile **(P)**, on réalise le circuit électrique schématisé dans la **figure 1**. Il comporte, montés en série, la pile **(P)**, un condensateur de capacité **C = 2200 µF** et un interrupteur **K**. $u_c(0)=0$
Initialement, le condensateur est complètement déchargé. A un instant pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur **K** et on suit, à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps. On obtient la courbe de la **figure 2**.

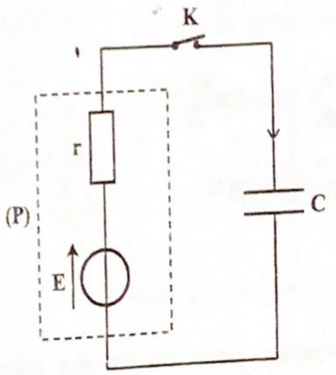


figure 1

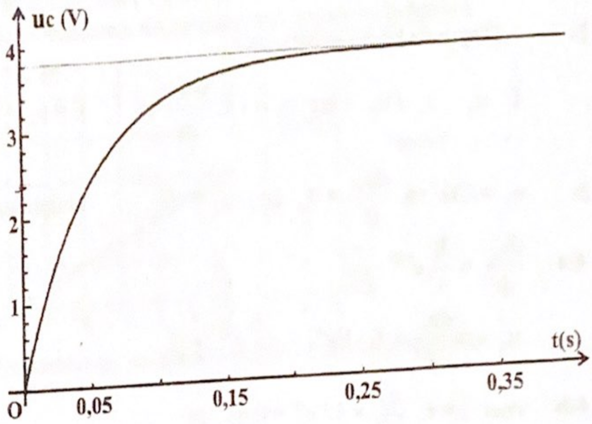


figure 2

1- Reproduire, sur votre copie, le schéma du circuit de la **figure 1** en indiquant les connections à réaliser avec l'oscilloscope afin de visualiser la tension u_c.

2- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit : $E = u_c(t) + \tau \dfrac{du_c(t)}{dt}$ où τ est la constante de temps du dipôle rC.

3- Que devient cette équation à la fin de la charge du condensateur ? En déduire la valeur de E.

4- a- Vérifier que : $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

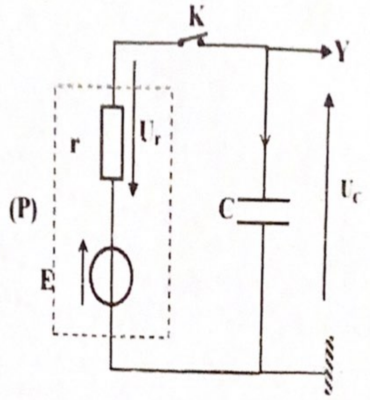
b- Déterminer la valeur du rapport $\dfrac{u_c}{E}$ à l'instant de date $t = \tau$.

c- En utilisant ce résultat (question 4-b), et en exploitant la courbe de la **figure 2**, déterminer la valeur de τ. En déduire celle de **r**.

5- Calculer l'énergie **W** emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est complètement chargé.

Corrigé

1-



2- D'après la loi des mailles, on a :

$$E - u_C - u_r = 0;\quad \text{avec } u_r = rC\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \quad E = u_C + rC\frac{du_C}{dt} = u_C + \tau\frac{du_C}{dt}$$

3- $u_C = Cte \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = 0$, d'où $u_C = E$. Graphiquement, $E = 3{,}8\ V$.

4-a- $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}.e^{-t/\tau}$

$$u_C + \tau\frac{du_C}{dt} = E - Ee^{-t/\tau} + \tau\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} = E.$$

4-b- Pour $t = \tau$, $\frac{u_C}{E} = 1 - e^{-1} = 0{,}63$.

4-c- Pour $t = \tau$, $u_C = 0{,}63.E \approx 2{,}4\ V$. Graphiquement, $\tau = 0{,}05\ s$

$$\tau = rC \Rightarrow r = \frac{\tau}{C},\quad \text{A.N:}\quad r = 22{,}7\ \Omega.$$

5- $W = \frac{1}{2}.C.E^2$, A.N: $W = 15{,}9.10^{-3}\ J$.

…°2 : (Contrôle 2012 Technique)

Au laboratoire d'un lycée, on dispose du matériel suivant :

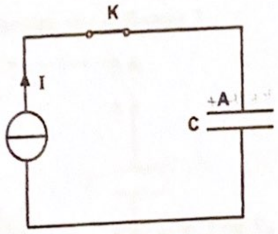
- un générateur de courant délivrant un courant constant d'intensité **I = 100 µA**,
- un générateur de tension constante **E = 7,2 V**,
- un conducteur ohmique, de résistance **R** réglable, une bobine d'inductance **L = 1 H** et de résistance nulle et un condensateur de capacité **C** inconnue,
- un oscilloscope bicourbe, - un interrupteur **K** et des fils de connexion.

Au cours d'une séance de travaux pratiques, les élèves se proposent de déterminer la valeur de la capacité **C** du condensateur par différentes méthodes. Pour ce faire, ils réalisent les trois expériences suivantes :

Expérience - 1 : charge du condensateur à l'aide du générateur de courant.

Le montage réalisé est donné par la **figure 3**.
Le condensateur est initialement déchargé. À un instant de date **t = 0**, on ferme l'interrupteur **K**. L'évolution au cours du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur est donnée par la courbe de la **figure 4**.

Figure 3



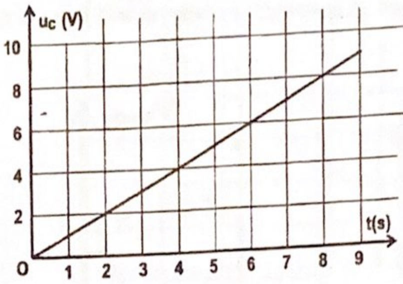


Figure 4

1) Donner, à un instant de date **t**, l'expression de la tension u_C en fonction de **C** et de la charge q_A portée par l'armature **A** du condensateur.
2) Exprimer la charge q_A en fonction de I et t. En déduire que $u_C = \frac{It}{C}$.
3) En exploitant la courbe de la **figure 4**, déterminer la valeur de la capacité **C**.

Expérience - 2 : charge du condensateur à l'aide du générateur de tension constante.

Le circuit réalisé est représenté par la **figure 5 de la feuille annexe (page 5 / 5)**. Le condensateur étant déchargé, à un instant de date **t = 0**, on ferme l'interrupteur **K**. L'oscilloscope permet de visualiser au cours du temps, l'évolution des tensions u_C et **E** respectivement aux bornes du condensateur et aux bornes du générateur.

Pour $R = R_1 = 200\ \Omega$, on obtient les courbes représentées par la **figure 6 de la feuille annexe**.

1) Sur le schéma du montage de la **figure 5 (** **à rendre avec la copie)**, indiquer les connexions à réaliser avec l'oscilloscope afin de visualiser, sur sa voie (A), la tension **E** et, sur sa voie (B), la tension u_C. $\tau = RC$
2) Donner l'expression de la constante de temps τ du dipôle **RC**. Déterminer sa valeur.
3) En déduire la valeur de la capacité **C** du condensateur.

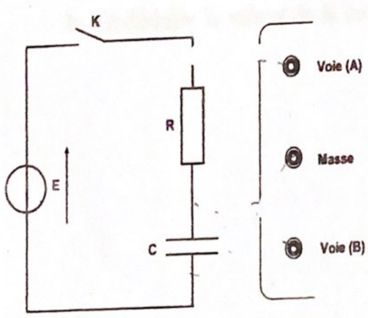
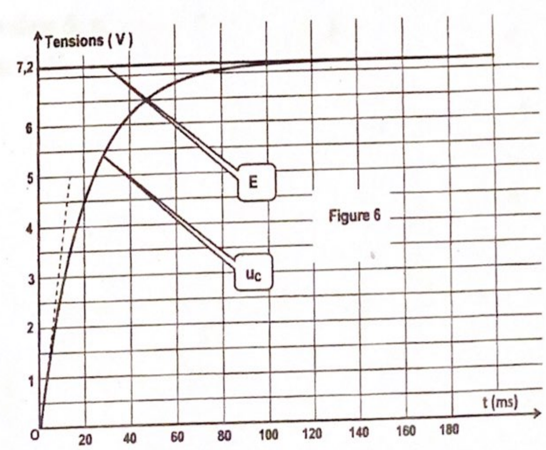


Figure 5



Dipôle RC

Corrigé

Expérience- 1: charge du condensateur à l'aide du générateur de courant.

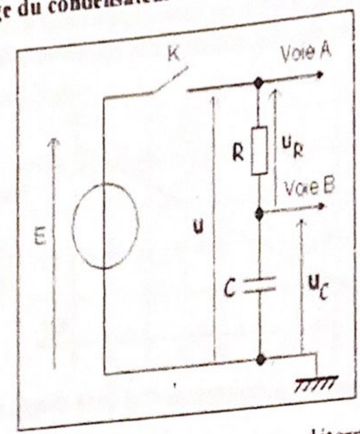
1- $u_C = \dfrac{q_A}{C}$

2- $q_A = I.t$, $u_C = \dfrac{q_A}{C}$, $u_C = I\dfrac{t}{C}$

3- La courbe de u_C en fonction du temps est un segment de droite qui passe per l'origine O, $u_C = at$, a étant la pente, $a = \dfrac{\Delta u_C}{\Delta t}$, A.N : $a = 1 V.s^{-1}$; $u_C = t$, or : $a = \dfrac{I}{C} \Rightarrow C = \dfrac{I}{a}$, A.N : $C = 10^{-4}$ F.

Expérience- 2: charge du condensateur à l'aide du générateur de tension constante.

1-Le branchement:



2- τ est la constante de temps, avec $\tau = RC$, pour déterminer sa valeur, il suffit de prendre l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe à t =0 avec la droite $u_C = E$; $t = \tau$. $\tau = 20$ ms.

3- $\tau = RC \Rightarrow C = \dfrac{\tau}{R}$, A.N: $C = 10^{-4}$ F.

n°3: (Contrôle 2015 sciences)

On dispose au laboratoire d'un :

* condensateur de capacité **C** initialement déchargé;
* résistor de résistance $R = 250\ \Omega$;
* générateur G_1 de tension idéal de fem $E = 6\ V$;
* dipôle **D** de nature inconnue;
* interrupteur **K**;
* oscilloscope bicourbe;
* générateur basse fréquence **GBF** délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude constante U_m et de fréquence **N** réglable.

I- Dans une première expérience et pour visualiser la tension électrique instantanée u_{BM} aux bornes du résistor, on réalise le montage de la **figure 1**. On ferme l'interrupteur **K** à l'instant $t = 0$ et on relie le point B du circuit à la voie Y_B de l'oscilloscope et le point **M** à la masse. L'évolution de u_{BM} en fonction du temps est représentée sur la **figure 2**.

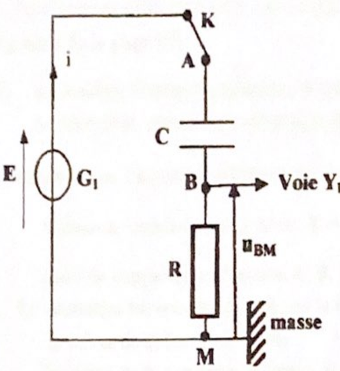


figure 1

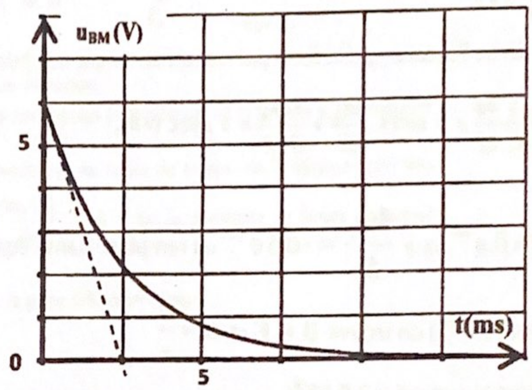


figure 2

1- a- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge **q** du condensateur au cours du temps.

b- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_R = u_{BM}$ au cours du temps peut s'écrire sous la forme : $\dfrac{du_R}{dt} + \dfrac{1}{\tau} u_R = 0$; avec $\tau = RC$.

2- On admet que la solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_R(t) = \beta e^{-\alpha t}$.

Exprimer **β** et **α** en fonction de **E**, **R** et **C**.

3-a- Déterminer graphiquement la valeur de **τ**.

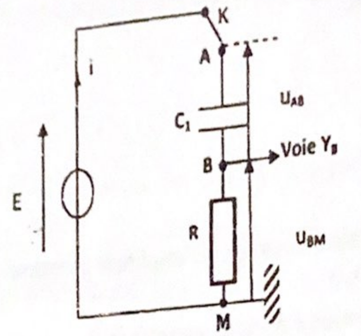
b- En déduire la valeur de la capacité **C**.

Dipôle RC

Corrigé

I-

1-a



La loi des mailles s'ecrit $u_{AB}+u_{BM}-E=0$ donc $\frac{q}{C}+R\frac{dq}{dt}=E$

b- $R\frac{dq}{dt}=u_R$

et on dérive l'équation précédente par rapport au temps, on obtient :

$\frac{du_R}{dt}+\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}=0$ alors $\frac{du_R}{dt}+\frac{1}{C}\frac{u_R}{R}=0$ avec $\tau=RC$

2- $u_R(t)=\beta.e^{-\alpha t}$ on a $\frac{du_R}{dt}=-\alpha\beta e^{-\alpha.t}$ on remplace dans l'équation différentielle (1) on trouve $\beta=E$ et $\alpha=\frac{1}{\tau}$

3-a-graphiquement $\tau=2{,}5.10^{-3}$s

b- comme $\tau=RC$ donc $C=10.10^{-6}$F

n°4: (Principale 2018 Technique)

Lors d'une séance de travaux pratiques, on met à la disposition de deux groupes d'élèves, le matériel suivant: une pile (P) de fem E et de résistance interne **r** (qui peut être modélisée par l'association en série d'un générateur idéal de tension de fem E et d'un conducteur ohmique de résistance r), un conducteur ohmique de résistance R, un condensateur de capacité **C = 50 µF** initialement déchargé, une bobine d'inductance **L = 0,08 H** et de résistance négligeable, un interrupteur (K) et un oscilloscope à mémoire.

Le but de la séance est de déterminer expérimentalement les valeurs de **E**, **r** et R.

I- Pour ce faire, les élèves du premier groupe réalisent le circuit électrique de la **figure 1**.
Afin d'enregistrer simultanément l'évolution temporelle de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique et de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur, ils relient la masse de l'oscilloscope et ses entrées Y_1 et Y_2, respectivement, aux points M, B et D du circuit. Ensuite, ils appuient sur le bouton inversion de l'entrée Y_2. À un instant pris comme origine des temps, ils ferment l'interrupteur (K). L'oscilloscope enregistre alors, les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de la **figure 2** de la **page 5/5**.

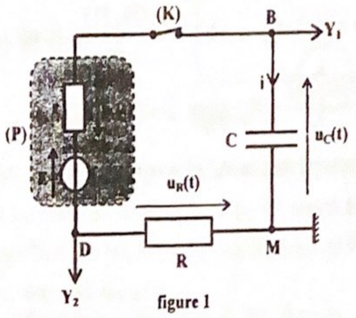


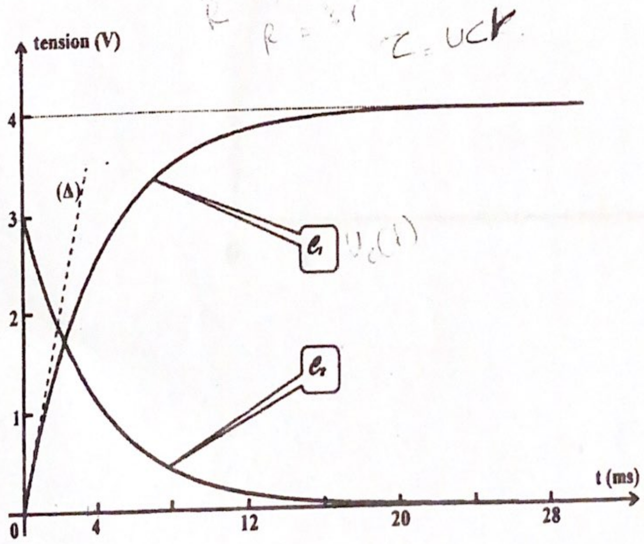
figure 1

1- a- Justifier l'inversion faite sur l'entrée Y_2 de l'oscilloscope.
b- Identifier, parmi les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, celle qui correspond à l'évolution de la tension $u_C(t)$. Justifier.

2- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution, au cours du temps, de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit: $E = u_C(t) + \tau\frac{du_C(t)}{dt}$; où τ est la constante de temps du circuit que l'on exprimera en fonction de R, r et C.

3- En exploitant les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, de la **figure 2** de la **page 5/5**, déterminer:
- la valeur de la fem E de la pile ;
- la valeur de la constante de temps τ ;
- la valeur U_0 de la tension $u_R(t)$ à l'instant t = 0.

4- a- Montrer que: $\frac{r}{R} = \frac{E}{U_0} - 1$.
b- Déduire les valeurs de R et r.



(Δ) est tangente à la courbe ($\mathscr{C}_2$) au point d'abscisse t = 0.

figure 2

Corrigé

1-1-a- Sans inversion on visualise la tension $u_{BM}(t) = -u_R(t)$

b- Le condensateur est initialement déchargé (à t=0, $u_C(t) = 0$), donc la courbe correspond à l'évolution de $u_C(t)$.

2 – L'application de la loi des mailles donne : $u_R(t) + u_C(t) + u_r(t) - E = 0$

$\Rightarrow u_C(t) + (R+r)i(t) = E$; or $i = C\dfrac{du_C(t)}{dt}$, d'où : $u_C(t) + (R+r)C\dfrac{du_C(t)}{dt} = E$

soit : $u_C(t) + \tau\dfrac{du_C(t)}{dt} = E$; avec $\tau = (R+r)C$

3- - En régime permanent, $E = u_c = 4V$

- $\tau = 4$ ms ;
- $U_0 = 3$ V

4-a- à $t = 0$, $u_C = 0 \Rightarrow E = u_R(0) + u_r(0) = U_0 + r\, \underbrace{i(0)}_{\frac{U_0}{R}} = U_0 + r\dfrac{U_0}{R}$

d'où : $\dfrac{r}{R} = \dfrac{E}{U_0} - 1$

b- $\begin{cases} (R+r) = \dfrac{\tau}{C} = 80\,\Omega \\ \dfrac{r}{R} = \dfrac{E}{U_0} - 1 = \dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = \dfrac{80}{1 + \dfrac{1}{3}} = 60\Omega \\ r = \dfrac{R}{3} = 20\Omega \end{cases}$

n°5: **(Principale 2013 Sciences exp)**

Le circuit de **la figure 1** comporte un générateur supposé idéal de fem **E**, un interrupteur **K**, un ampèremètre (A_1), un résistor de résistance **R = 200 Ω** et un dipôle **D**, tous branchés en série.

Le dipôle **D** peut être soit :

- une bobine d'inductance **L** et de résistance interne supposée nulle.
- un condensateur de capacité **C**.

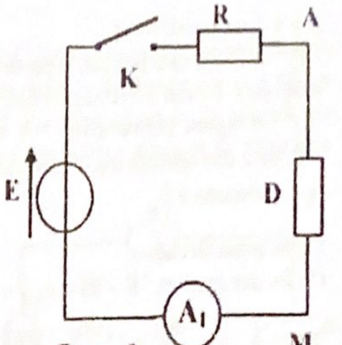


figure 1

A une date **t = 0**, on ferme l'interrupteur **K** et on visualise, la tension $u_{AM}(t)$ aux bornes du dipôle **D**, à l'aide d'un oscilloscope, on obtient alors la courbe de **la figure 2 de la page 5/5.**

1) Préciser, en le justifiant, si le dipôle **D** est une bobine ou bien un condensateur.

2) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AM}(t)$.

3) La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit : $u_{AM}(t) = U_0(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$.

a- Déterminer graphiquement les valeurs de la tension U_0 et de la constante de temps **τ**.

b- En déduire la valeur de la grandeur (**L** ou **C**) qui caractérise le dipôle **D**.

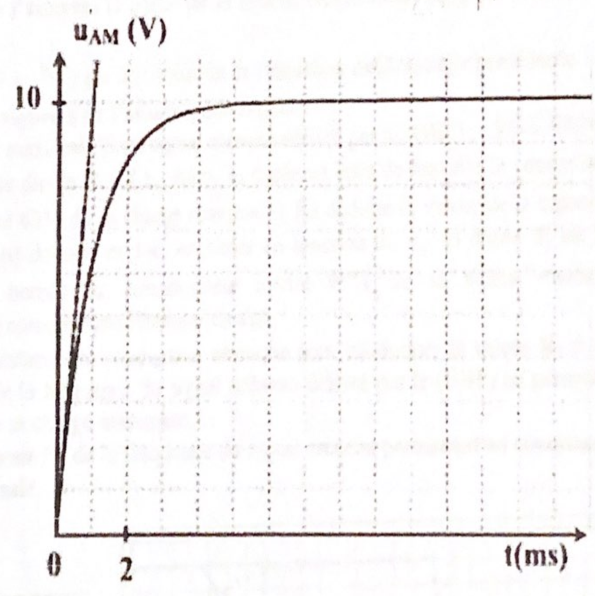


figure 2

Corrigé

1- Il y a deux possibilités :

- P_1 : si D est une bobine, à partir de t=0, $u_{AM} \neq 0$, à cause du phénomène d'auto-induction. Ce qui n'est pas vérifié, donc D est un condensateur.

-P_2 : En régime permanent, i = 0, donc D n'est pas une bobine. Par contre, lorsque i=0, on a une tension u_{AM} = constante ≠ 0, alors D est un condensateur où u_C= constante ≠ 0

2- (*) Schéma fléché

(*) loi des mailles : $E - Ri - u_{AM} = 0 \Rightarrow E - Ri - u_C = 0 \Rightarrow E = Ri + u_C$

$u_C = \frac{q}{C}$, $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$ d'où $E = R.C\frac{du_C}{dt} + u_C \Rightarrow \frac{E}{R.C} = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C$

Avec $\tau = R.C$

3-a En régime permanent U_0= 10V graphiquement $\tau = 10^{-3}$s

3-b $C= \frac{\tau}{R} = 5.10^{-6}$ F