Lycée Pilote de Sfax A/S 2019-2020	Série N°32 Probabilités	Mr : Mourad EL arbi $4^{ème}$ Math

3 Dans cet exercice, on étudie quelques grandeurs caractéristiques du fonctionnement des parkings d'une ville.

① On appelle durée d'attente le temps qui s'écoule entre le moment où la voiture se présente à l'entrée du parking et le moment où elle franchit la barrière d'entrée du parking.
On modélise cette durée d'attente exprimée en minutes par une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,5$.

a) Une voiture se présente à l'entrée du parking.
Quelle est la probabilité qu'elle mette moins de deux minutes pour franchir la barrière ?

b) Une voiture attend à l'entrée du parking depuis une minute.
Quelle est la probabilité qu'elle franchisse la barrière dans la minute suivante ?

② Une fois garée, la durée de stationnement est limitée à trois heures.
La durée de stationnement en heures est modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0,3]$. Un automobiliste entre et se gare dans le parking.

a) Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement dépasse 2 heures ?

b) Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement ne dépasse pas 15 minutes ?

③ Le tableau suivant donne le tarif de la première heure et chaque heure supplémentaire est facturée à un tarif unique t. Toute heure supplémentaire commencée doit être payée.

Durée de stationnement	Inférieure à 15 mn	Entre 15 mn et 1 h	Heure supplémentaire
Tarif en dinars	0,5	1	t

Soit X la variable aléatoire égale au prix de stationnement d'une voiture.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer E(X) en fonction de t.

c) Déterminer, au dinar prés, le tarif t de l'heure supplémentaire que doit fixer le gestionnaire du parking pour que le prix moyen de stationnement d'une voiture soit de 3 dinars.

4 Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

① Pour tous évènements A et B tels que $p(A) \neq 0$ et $p(\overline{A}) \neq 0$, $p(B) = p(B/A) + p(B/\overline{A})$.

② Soit A et B deux événements d'un univers E tels que
$p(A) = 0.6$, $p(B|A) = 0.4$ et $p(B|\overline{A}) = 0.3$ alors $p(B) = 0.7$

③ La durée de vie X, exprimée en année, d'un appareil ménager avant la première panne suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{2}$.

a) Sachant qu'un appareil de ce modèle a déjà fonctionner une année sans panne, la probabilité qu'il fonctionne plus que trois ans est égale à 0.5

b) Dix appareils de ce type ont été mis en service en même temps.

La probabilité d'avoir exactement quatre appareils qui ont une durée de vie plus que 2 ans est $\dfrac{105}{512}$.

④ Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ.

La courbe ci-contre est la représe[…] répartition de X.

Alors $\lambda = \ln 5$.