

1 On place un point aléatoirement dans un disque de centre O et de rayon 20 cm.

Soit d la distance de ce point à O. On suppose que d suit une loi uniforme sur $[0, 20]$.

- ① Quelle est la probabilité que d soit égale à 11 ?
- ② Quelle est la probabilité que d appartienne à l'intervalle $[10, 15]$?
- ③ Quelle est la probabilité que d soit inférieure à 2 ?
- ④ Expliciter la fonction de répartition de d et représenter sa courbe dans un repère orthogonal.
- ⑤ On répète l'expérience décrite ci-dessus cinq fois de suite.

Calculer la probabilité d'avoir au moins un point dont la distance à O est inférieure à 2.

2 Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques.

La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$. Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.

- ① Sachant que $p(X > 10) = 0.286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0.125.

On prendra 0.125 pour valeur de λ dans la suite de l'exercice.

- ② Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
- ③ Expliciter la fonction de répartition de X et tracer sa courbe dans un repère orthogonal.
- ④ Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à dix ans ?
- ⑤ On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?
- ⑥ Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionnent plus de 10 ans soit supérieure à 0.999 ?

3 ① Dans un stand de tir, un tireur effectue des tirs successifs pour atteindre un ballon afin de le crever.

A chacun de ces tirs, la probabilité de crever le ballon est égale à 0.2

Le tireur s'arrête quand le ballon est crevé. Les tirs successifs sont supposés indépendants.

- a) Quelle est la probabilité qu'au bout de deux tirs le ballon soit intact ?
- b) Quelle est la probabilité que le tireur effectue au plus deux tirs pour crever le ballon ?
- c) Quelle est la probabilité p_n que le tireur effectue au plus n tirs pour crever le ballon ?
- d) Pour quelles valeurs de n a-t-on $p_n > 0.99$?

- ② Ce tireur participe au jeu suivant :

Dans un premier temps, il lance un dé tétraédrique régulier et bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 4. Soit k le numéro de la face cachée. Le tireur se rend alors au stand de tir et il a droit au plus à k tirs pour crever le ballon. Déterminer la probabilité de crever le ballon.

4 Une société d'assurance répartit ses clients en trois classes.

C_1 : les bons risques C_2 : les risques moyens C_3 : les mauvais risques

Les effectifs de ces trois classes représentent 15% des adhérents pour la classe C_1 , 60% pour la classe C_2 et 25% pour la classe C_3 .

Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours d'une année pour un adhérent de l'une de ces trois classes sont respectivement de 0.1, 0.2 et 0.4

- ① Quelle est la probabilité qu'un adhérent ait un accident dans une année ?
- ② Si un adhérent a eu un accident dans une année, quelle est la probabilité qu'il soit de la classe C_1 ?
- ③ Au cours d'une année, cette société a reçu la déclaration de 1000 accidents. On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de déclarations provenant d'un adhérent de classe C_1 .
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X
 - b) Déterminer le nombre moyen de déclarations de classe C_1 pour cette année.