Lycée Pilote de Sfax A/S 2019-2020	Série N°27 Probabilités	Mr : Mourad EL arbi $4^{ème}$ Math

3 Dans cet exercice, les résultats approchés seront donnés à 10^{-4} prés.

Lors d'une épidémie chez les bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1% est porteur de la maladie.
On obtient les résultats suivants :

- Si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85% des cas ;
- Si un animal est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note : M l'évènement: « l'animal est porteur de la maladie » ; T l'évènement: « le test est positif ».

① Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.

② Un animal est choisi au hasard.

a) Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif ?

b) Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,0580.

③ Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif.
Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie ?

④ On choisit cinq animaux au hasard.
La taille de ce troupeau permet de considérer les épreuves comme indépendantes.
On note X la variable aléatoire, qui aux cinq animaux choisis, associe le nombre d'animaux ayant un test positif.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Quelle est la probabilité pour qu'au moins un des cinq animaux ait un test positif ?

④ Le coût des soins d'un animal ayant réagi positivement au test est de 50D et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de 500D. On suppose que le test est gratuit.
Soit Y la variable aléatoire égale au coût à engager par animal subissant le test.

a) Déterminer la loi de probabilité de Y.

b) Calculer l'espérance mathématique de Y.

c) Un éleveur possède un troupeau de 200 bêtes.
Si tout le troupeau est soumis au test , quelle somme doit-il prévoir d'engager ?

4 Une machine peut être équipée de deux ou de quatre composants.

La probabilité qu'un composant tombe en panne est égale à p avec $0 < p < 1$ et chaque composant fonctionne indépendamment des autres.
On définit les variables aléatoires suivantes :

- X est le nombre de composants en panne quand la machine est équipée de deux composants.
- Y est le nombre de composants en panne quand la machine est équipée de quatre composants.

① Déterminer la loi de probabilité de X et celle de Y.

② La machine ne fonctionne plus si plus de la moitié des composants tombe en panne.

a) Quelle est la probabilité p_2 que la machine ne fonctionne plus quand elle est équipée de deux composants ?

b) Quelle est la probabilité p_4 que la machine ne fonctionne plus quand elle est équipée de quatre composants ?

c) Comparer, selon la valeur de p, les probabilités p_2 et p_4.

d) Dans quels cas est-il préférable d'avoir deux composants au lieu de quatre ?