Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n°27**	$4^{ème}$ M

1 On place un point aléatoirement dans un disque de centre O et de rayon 20 cm.

Soit d la distance de ce point à O.

On suppose que d suit une loi uniforme sur $[0,20]$.

① Quelle est la probabilité que d soit égale à 11 ?

② Quelle est la probabilité que d appartienne à l'intervalle $[10,15]$?

③ Quelle est la porbabilité que d soit inférieure à 2?

④ On répète l'expérience décrite ci-dessus cinq fois de suite.

Calculer la probabilité d'avoir au moins un point dont la distance à 0 est infèrieure à 2.

2 Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques.

La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.

① Sachant que $p(X>10)=0.286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de λ est 0.125.

On prendra 0.125 pour valeur de λ dans la suite de l'exercice.

② Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieur à 6 mois.

③ Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieur à dix ans ?

④ On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils.
Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes.
Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

⑤ Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionnent plus de 10 ans soit supérieure à 0.999 ?

3 Un élève fabrique , en amateur , des appareils électronique . Il achète pour cela dans un magasin , des composants en apparence tous identiques mais dont certains présentent un défaut
On estime que la probabilité qu'un composant vendu dans le magasin soit défectueux est égale à 0, 02

I / On admet que le nombre de composants présentés dans le magasin est suffisamment important pour que l'achat de 50 composants soit assimilé à 50 tirages indépendants avec remise , et on appelle Xle nombre de composants défectueux achetés. L'élève achète 50 composants

1/ quelle est la probabilité qu'exactement deux des composant achetés soient défectueux

2 / quelle est la probabilité qu'au moins un des composants achetés soit défectueux

3 / quel est , par lot de 50 composants achetés, le nombre moyen de composants défectueux ?

II / On suppose que la durée de vie T_1 (en heures) de chaque composant défectueux suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_1 = 5\times 10^{-4}$ et que la durée de vie T_2 (en heures) de chaque composant non défectueux suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_2 = 10^{-4}$

1/ Calculer la probabilité que la durée de vie d'un composant soit supérieure à 1000 heures

a) si ce composant est défectueux b) si ce composant n'est pas défectueux

2 / Soit T la durée de vie (en heures) d'un composant acheté au hasard. Démontrer que la probabilité que ce composant soit encore en état de marche après t heures est $p(T\geq t) = 0,02\ e^{-5\times 10^{-4}t} + 0,98\ e^{-10^{-4}t}$

3 / Sachant que le composant acheté est encore en état de fonctionner 1000 heures après son installation , quelle est la probabilité que ce composant soit défectueux ?