Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n°22**	$4^{ème}$ M

1 On se propose de chercher les fonctions f définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ telles que pour tout réel x, $f'(x)+f(x)=\frac{1}{1+e^x}$ (I).

① Soit u la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x)=\frac{\ln(1+e^x)}{e^x}$. Justifier que u vérifie (I).

② On pose $F=f-u$ où f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.
Montrer que (f vérifie (I)), si et seulement si, (F est une solution de l'équation $y'+y=0$).

③ Déterminer alors toute les fonctions solutions de (I).

2 Un fil conducteur parcouru par un courant électrique d'intensité constante s'échauffe par effet Joule et sa température, en degrés Celsius, est une fonction θ du temps t exprimé en secondes .On choisit l'instant de mise sous tension comme origine des temps $(t=0)$ et, à cet instant, la température du conducteur est égale à 0 °C.

Dans les conditions de l'expérience, la fonction θ vérifie $\theta'(t)+0.1\theta(t)=2$.

① Déterminer $\theta(t)$, $t\in\mathbb{R}_+$.

② a) Quelle température atteint le conducteur au bout de dix secondes, au bout d'une minute ?
b) Calculer la limite de $\theta(t)$ quand t tend vers $+\infty$ et interpréter cette limite.

3 On repique des plantes de 10 centimètres de hauteur sous une serre.
On sait que la taille maximale de ces plantes est de un mètre.
On note $f(t)$ la taille, en mètre, d'une plante après t jours. On a donc f(0) = 0,1.
Le modèle de Verhulst consiste à considérer que la vitesse de croissance de la plante évolue selon la loi $f'(t)=af(t)(1-f(t))$ où a est une constante strictement positive dépendant des conditions expérimentales.

1. On pose pour $t\geq 0$, $g(t)=\frac{1}{f(t)}$.

a. Montrer g vérifie l'équation différentielle $(E): y'=-ay+a$.

b. Déterminer les solutions de l'équation (E).

c. En déduire que pour tout réel $t\geq 0$, $f(t)=\frac{1}{9e^{-at}+1}$.

2. On observe qu'au bout de 15 jours la plante mesure 19 centimètres.
Calculer l'arrondi au centième de a.
Dans la suite de l'exercice, on prendra $a=0,05$.

3. Etudier le sens de variation de f et calculer $\lim\limits_{+\infty} f$.

4. Au bout de combien de jours, la plante dépassera-t-elle 90 centimètres de hauteur ?

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math