Lycée Pilote de Sfax A/S 2019-2020	Série N°15 Fonction exponetielle	Mr : Mourad EL arbi 4ème Math

1 Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^{\frac{-1}{x}}}{x^3} & \text{si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=3$ cm..

① a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter le résultat graphiquement.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Tracer C_f.

② Soit $\alpha\in]1,+\infty[$.

a) Déterminer, en cm^2, l'aire $A(\alpha)$ de la partie du plan limitée par C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=\alpha$.

b) Déterminer $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

2 Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=e^{\left(\frac{-1}{\ln x}\right)} & \text{si } x\in]0,1[\cup]1,+\infty[\\ f(0)=1 \text{ et } f(1)=0 \end{cases}$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

① a) Etudier la continuité de f à droite en 0.

b) Etudier la continuité de f en 1.

② a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat.

③ Dresser le tableau de variation de f.

④ Construire C_f.

⑤ a) On considère la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$ par $S_n=\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{1}{\ln k}$

Montrer que pour tout entier $n\geq 2$, $S_n\geq\dfrac{n-1}{\ln(n)}$.

Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

b) On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$ par $u_n=f(2)\times f(3)\times\ldots\times f(n)$.

Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.