Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n°12**	$4^{ème}$ Math

1 Soit AIB un triangle équilatéral tel que $\left(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}\right) \equiv -\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et C le symétrique de A par rapport à (BI).

① a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A en B et B en C.

b) Identifier f.

② Soit Γ le cercle de centre B et de rayon IB. Soit M un point de ce cercle et M' son image par la rotation R de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

a) Montrer que si M décrit Γ alors M' décrit un cercle Γ' que l'on précisera et que l'on construira.

b) Soit Ω le point d'intersection de Γ et de Γ' autre que I.

Montrer que si $M \in \Gamma \setminus \{I, \Omega\}$ alors Ω, M et M' sont alignés.

③ Soit g l'antidéplacement définie par $g(A) = B$ et $g(B) = C$.

a) Montrer que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

b) Vérifier que $g = S_{(BC)} \circ R$ et déduire l'ensemble des points N du plan tels que $g(N) = R(N)$.

2 Dans le plan orienté dans le sens direct on considère un carré ABCD de centre I tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I' le symétrique de I par rapport à la droite (BC).

① Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui envoie D en B et I en I'.

② Prouver que f est une symétrie glissante et déterminer sa forme réduite.

③ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application $g = f \circ S_{(IC)}$.

3 Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un triangle ABC tels que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par (Γ) le cercle circonscrit au triangle ABC et par O son centre.

Soit H et K les milieux respectifs de $[OB]$ et $[AC]$. La médiatrice de $[AC]$ coupe (Γ) en I et J $\left(\text{I appartient à l'arc } \left[\widehat{AC}\right] \text{ contenant B}\right)$.

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement r qui envoie A sur C et B sur O.

b) Caractériser r.

2) On pose $C' = r(C)$.

a) Montrer que la droite (CC') est tangente à (Γ).

b) Montrer que les points O, A et C' sont alignés.

3) Soit $f = r \circ S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$.

a) Déterminer la nature et les èléments caractéristiques de f.

b) On pose $g = r \circ f^{-1}$ et $r(J) = J'$. Déterminer la nature et les èléments caractéristiques de g.

c) En déduire que C est le milieu de $[JJ']$.

4) Soit $h = r \circ S_{(AB)}$.

a) Déterminer $h(A)$ et montrer que $h(I) = A$.

c) Montrer que h est une sy[...] le vecteur et l'axe.