Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n°11**	$4^{ème}$ Math

1 Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

Soit l'application $f: P \rightarrow P$

$$M(Z) \mapsto M'(Z') \text{ tel que } Z' = i\overline{Z} - 2i + 3.$$

1. Montrer que f est une isométrie du plan.

2. a. Montrer que f n'admet pas de point invariant.

b. Montrer que $f \circ f$ est une translation dont on précisera le vecteur $\vec{u}$.

3. On pose $g = t_{-\frac{1}{2}\vec{u}} \circ f$.

a. Montrer que g est une isométrie du plan.

b. Soit A et B les points d'affixes respectives $\left(2 - \frac{1}{2}i\right)$ et $\left(\frac{5}{2}\right)$.

Déterminer les images de A et B par g.

c. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

d. Donner alors la nature de f.

2 Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un triangle équilatéral ABC direct de centre O.

1. Déterminer les isométries qui laissent l'ensemble $\{A, B, C\}$ globalement invariant.

2. Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. On pose $A' = R(A)$, $B' = R(B)$ et $C' = R(C)$.

Soit f une isométrie qui transforme $\{A, B, C\}$ en $\{A', B', C'\}$ et $g = R^{-1} \circ f$.

a. Montrer que g est une isométrie qui laisse $\{A, B, C\}$ globalement invariant.

b. Déterminer alors toutes les isométries qui transforme $\{A, B, C\}$ en $\{A', B', C'\}$.

3 Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un carré direct ABCD de centre O.

Soit Δ la médatrice de $[AB]$. Déterminer les isométries suivantes :

1. $f_1 = R_{\left(C, -\frac{\pi}{2}\right)} \circ S_{(AC)}$.

2. $f_2 = R_{\left(B, \frac{\pi}{2}\right)} \circ S_C$.

3. $f_3 = R_{\left(A, -\frac{\pi}{2}\right)} \circ R_{\left(C, \frac{\pi}{2}\right)}$.

4. $f_4 = t_{\overrightarrow{CD}} \circ R_{\left(C, \frac{\pi}{2}\right)}$.

5. a. $f_5 = S_{(DA)} \circ t_{\overrightarrow{BA}}$.

b. En déduire $f_6 = S_{(DA)} \circ t_{\overrightarrow{BD}}$.