REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche Scientifique et des technologies de l'information et de la communication

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
وتكنولوجيا المعلومات والإتصال

جامعة تونس المنار

Université de Tunis El Manar

CONCOURS DE REORIENTATION UNIVERSITAIRE SESSION MARS 2014

Filières: LFen Sciences de L'Informatique, LFen Electronique Electrotechnique et Automatique
LF en Physique-Chimie, Filières de l'Institut Supérieur d'Informatique
LFen Gestion, LA en Gestion, LF en Economie, LA en Economie
LF en Informatique de Gestion

Epreuve de: **Mathématiques** Coefficient: **1**

Le : 19 Mars 2014 Durée: **2h** De **14:00** à : **16:00**

Exercice 1 (7.5 points)

Pour chacune des propositions suivantes répondre par vrai ou faux. Aucune justification n'est demandée.

1) $\ln\frac{1}{e}=1$.

2) $\ln a+\ln b=\ln(a+b)$; pour tout $a>0$ et $b>0$.

3) $(\ln x)^3=3\ln x$; pour tout $x>0$.

4) Pour tout $x>0$, $\ln x<x$,

5) Pour tout réel x, $\ln(1+e^x)=x$.

6) 3 est une solution de l'équation $\ln(x+5)+\ln(x-2)=3\ln 2$.

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=+\infty$.

8) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$

9) La fonction $x\mapsto\frac{e^x-1}{e^x+1}$ est impaire.

10) $\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}\,dx=\ln 2$.

Exercice 2 (4 points)

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\quad -x < \sqrt{1+x^2}$.

b) En déduire que la fonction $F : x \mapsto \ln(x+\sqrt{1+x^2})$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Calculer la dérivée de F.

c) Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$.

Exercice 3 (8.5 points)

1) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = 1 + x(1-\ln x)$.

a) Dresser le tableau de variation de g.

b) Montrer qu'il existe un unique réel a tel que $g(a) = 0$.

c) Préciser suivant les valeurs de x, le signe de $g(x)$.

d) Calculer $g(3)$ et $g(4)$ et montrer que $a \in]3;4[$.

Donner une valeur approchée de a, à 0,1 près par excès.

2) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Déterminer les limites de f aux bornes de l'intervalle $]0,+\infty[$.

b) Exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Montrer que $f(a) = \frac{1}{a}$.

3) Construire la courbe (C) de f.

4)a) Soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x) = x\ln x - x$.

Calculer $h'(x)$.

b) Calculer l'intégrale $L = \int_1^2 \ln x \,dx$.

c) Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1;2]$, on a : $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2}$.

En déduire un encadrement de l'intégrale $I = \int_1^2 f(x)\,dx$.