

**CONCOURS DE REORIENTATION UNIVERSITAIRE
SESSION Mars 2013**

Filières: Licence Fondamentale en Sciences de L'Informatique
 Licence Fondamentale en Electronique Electrotechnique et Automatique
 Licence Fondamentale en Gestion, Licence Appliquée en Gestion
 Licence Fondamentale en Informatique de Gestion
 Filières de l'Institut Supérieur d'Informatique

Epreuve de: **Mathématiques** Coefficient: **1**
 Le : **19 Mars 2013** Durée: **2h** De **14:00** à : **16:00**

Exercice 1 (7.5 points)

Pour chaucne des propositions suivantes répondre par vrai ou faux. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Pour tout réel x , $e^x \cdot e^{-x} = 1$.
- 2) La fonction $x \mapsto e^{\sqrt{x-1}}$ est définie sur $[1 ; +\infty[$.
- 3) $e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.
- 4) 1 est une solution de l'équation $e^{2x} + e^x - 2 = 0$.
- 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = -\infty$.
- 6) Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble de solutions de l'inéquation $e^x \leq 1$ est $]-\infty ; 0]$.
- 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x) - 1}{x} = 1$.
- 8) Pour tout réel x , $\frac{3 + 2e^{-x}}{2 + 5e^{-x}} = \frac{3e^x + 2}{2e^x + 5}$.
- 9) $\int_1^e \frac{1}{t} dt = 1$.
- 10) f est une fonction définie sur un intervalle $[-a ; a]$.

Si f est impaire alors $\int_{-a}^a f(t)dt = 2 \int_0^a f(t)dt$.

Exercice 2 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a) Montrer que pour tout $x \in]0 ; +\infty[$; $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f

3) a) Déterminer l'intersection de la courbe de f avec l'axe $(O ; \vec{i})$.

b) Tracer la courbe de f .

4) Comparer $f(2012)$ et $f(2013)$.

En déduire une comparaison des deux réels 2012^{2013} et 2013^{2012} .

Exercice 3 (7.5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - \frac{2}{e^x + 2}$. On désigne par C , sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1) a) Montrer que la droite $D : y = x$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position relative de C et D .

2) a) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = x - 1 + \frac{e^x}{e^x + 2}$.

b) En déduire que la courbe C admet une asymptote Δ au voisinage de $(-\infty)$.

c) Etudier la position relative de C et Δ .

3) a) Dresser le tableau de variation de f .

b) Donner une équation cartésienne de la tangente à C au point d'abscisse 0.

c) Tracer la courbe C .

4) a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.

b) Tracer la courbe C' de f^{-1} dans le même repère que C .

