Exercice 1

D'après les données recueillies jusqu'à ce jour, 2 % de la production d'une unité d'une entreprise est non conforme et ne peut être commercialisée.

a) Quelle est la probabilité que 2 pièces choisies au hasard de la production de cette unité soient non conformes ?
b) Quelle est la probabilité que la première pièce soit non conforme et que la seconde soit conforme ?

Exercice 2 « **Répondre par Vrai-Faux en justifiant.»**

Soit n un entier supérieur ou égal à 2. Une urne contient :

- une boule numérotée 0,
- une boule numérotée 1,
- 2^1 boules numérotées 2,
- 2^2 boules numérotées 3,

……
- 2^{k-1} boules numérotées k (k entier compris entre 1 et n),

……
- 2^{n-1} boules numérotées n.

Les boules sont indiscernables au toucher. On extrait au hasard une boule de l'urne et on note X la variable aléatoire égale au numéro de la boule tirée.

a) L'urne contient 2^n-1 boules.
b) Pour tout entier naturel k tel que $1\le k\le n$, on a : $p(X=k)=2^{n-k+1}$.
c) On a pour $n\ge 2$: $\sum_{k=1}^{n} k\,2^{k-1}=(n-1)2^n+1$.
d) On a : $E(X)=(n-1)2^n+1$.

Exercice 3

Pour les questions 1 et 2, on donnera les résultats sous forme de fraction et sous forme décimale approchée par défaut à 10^{-3} près.

Un enfant joue avec 20 billes : 13 rouges et 7 vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boîte cubique et 3 rouges et 4 vertes dans une boîte cylindrique.

1. Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

   a) Déterminer la loi de probabilité de X.

   b) Calculer l'espérance mathématique de X.

2. Un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boîte choisie.

   On considère les événements suivants :

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

- C_1 : "L'enfant choisit la boîte cubique",
- C_2 : "L'enfant choisit la boîte cylindrique",
- R : "L'enfant prend une bille rouge",
- V : "L'enfant prend une bille verte".

a) Représenter par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.

b) Calculer la probabilité de l'événement R.

c) Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique ?

3. L'enfant reproduit n fois de suite son deuxième jeu, en remettant à chaque fois la bille tirée à sa place.

a) Exprimer, en fonction de n, la probabilité p_n que l'enfant ait pris au moins une bille rouge au cours de ses n choix.

b) Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $p_n \geq 0,99$.

Exercice 4

Une urne U_1 contient 4 jetons blancs et 3 noirs et une urne U_2 contient 17 jetons blancs et 18 noirs.

1. On jette un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Si le 6 apparaît, on tire un jeton de l'urne U_1 sinon on tire un jeton de l'urne U_2.

a) Déterminer la probabilité de tirer un jeton blanc (on considérera les événements A : "On a obtenu 6 en jetant le dé" et B : "On obtient un jeton blanc".)

b) On a tiré un jeton blanc ; calculer la probabilité pour qu'il provienne de U_1.

c) On a tiré un jeton noir ; calculer la probabilité pour qu'il provienne de U_2.

2. On tire successivement et sans remise les 7 jetons de l'urne U_1.

X est la variable aléatoire qui prend pour valeur k si le premier jeton blanc apparaît au k-ième tirage.

Donner la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 5

Une boîte contient 8 cubes :

- 1 gros rouge et 3 petits rouges,
- 2 gros verts et 1 petit vert,
- 1 petit jaune.

Un enfant choisit au hasard et simultanément 3 cubes de la boîte. On admettra que la probabilité de tirer un cube donné est indépendante de sa taille et de sa couleur.

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1. On note A l'événement : "Obtenir des cubes de couleurs différentes" et B l'événement : "Obtenir au plus un petit cube".

a) Calculer la probabilité de A.

b) Vérifier que la probabilité de B est égale à $\frac{2}{7}$.

2. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de petits cubes rouges tirés par l'enfant.

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

3. L'enfant répète 5 fois l'épreuve "tirer simultanément 3 cubes de la boîte", en remettant dans la boîte les cubes tirés avant de procéder au tirage suivant. Les tirages sont indépendants.

   On note p la probabilité que l'événement B soit réalisé.

   a) Déterminer la probabilité que B soit réalisé au moins une fois à l'issue des 5 épreuves.

   b) Déterminer la probabilité que l'événement B soit réalisé exactement 3 fois.

Exercice 6

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par a et b. 2 % des montres fabriquées présentent le défaut a et 10 % le défaut b.

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les évènements suivants :

A : « la montre tirée présente le défaut a » ;

B : « la montre tirée présente le défaut b » ;

C : « la montre tirée ne présente aucun des deux défauts » ;

D : « la montre tirée présente un et un seul des deux défauts ».

On suppose que les évènements A et B sont **indépendants**.

1. Montrer que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,882.
2. Calculer la probabilité de l'évènement D.
3. Au cours de la fabrication, on prélève au hasard successivement cinq montres. On considère que le nombre de montres fabriquées est assez grand pour que l'on puisse supposer que les tirages se font avec remise et sont indépendants.

   Soit X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement de cinq montres, associe le nombre de montres ne présentant aucun des deux défauts a et b. On définit l'évènement E : « quatre montres au moins n'ont aucun défaut ».

   Calculer la probabilité de l'évènement E. On en donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.

Exercice 7

Un jardinier dispose de deux lots 1 et 2 contenant chacun de très nombreux bulbes donnant des tulipes de couleurs variées.

La probabilité pour qu'un bulbe du lot 1 donne une tulipe jaune est égale à $\frac{1}{4}$.

La probabilité pour qu'un bulbe du lot 2 donne une tulipe jaune est égale à $\frac{1}{2}$.

Ce jardinier choisit au hasard un lot et plante 50 bulbes de tulipes.

Soit n un entier naturel vérifiant $0 \leq n \leq 50$. On définit les évènements suivants :

A : «le jardinier a choisi le lot 1 » B : « le jardinier a choisi le lot 2 » J_n : « le jardinier obtient n tulipes jaunes ».

1. Dans cette question, on suppose que le jardinier choisit le lot 1.

   a) Quelle loi de probabilité suit le nombre de tulipes jaunes obtenues à partir de 50 bulbes du lot 1 ?

   b) Quelle est l'espérance mathématique de cette loi ?

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

c) Donner une expression de la probabilité que le jardinier obtienne n tulipes jaunes.

d) Calculer la probabilité que le jardinier obtienne 15 tulipes jaunes.

2. a) Montrer que : $p_B\left(J_n\right)=C_{50}^{n}\times 2^{-50}$

b) En déduire la probabilité que le jardinier obtienne n tulipes jaunes.

c) On note p_n la probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant que J_n est réalisé.

Etablir que : $p_n=\dfrac{3^{50-n}}{3^{50-n}+2^{50}}$.

b) Pour quelles valeurs de n a-t-on $p_n \succ 0,9$? Comment peut-on interpréter ce résultat ?

Exercice 8

Un sac contient deux boîtes B_1 et B_2 indiscernables au toucher.

La boîte B_1 contient deux boules rouges et une boule noire.

La boîte B_2 contient deux boules rouges et deux boules noires .Toutes les boules sont indiscernables au toucher. Une épreuve consiste à tirer du sac, au hasard, l'une des deux boîtes puis de tirer, au hasard et simultanément, deux boules de cette boîte.

Soit A, l'évènement : « obtenir deux boules de même couleur » et

E, l'évènement : « les deux boules tirées sont de B_1 ».

1. a) Montrer que la probabilité de l'événement A est égale à $\dfrac{1}{3}$.

b) Sachant que les deux boules tirées sont de même couleur, quelle est la probabilité pour qu'elles aient été tirées de B_1 ?

2. On répète l'épreuve n fois, en remettant chaque fois, les deux boules tirées dans leur boîte et la boîte tirée dans le sac. n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2 .
Soit X La variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de fois où on obtient deux boules de même couleur.

a) k étant un entier naturel inférieur ou égal à n, calculer $p\left(X=k\right)$.

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

c) On désigne par p_n la probabilité d'obtenir, au bout des n tirages, au mois une fois deux boules de même couleur . Calculer p_n en fonction n . Quelle est la limite de p_n lorsque n tend vers $+\infty$?

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Lycée pilote de Tunis	Variables aléatoires Discrètes 1	Terminales Maths & S-Exp
Mr Ben Regaya. A	Eléments de correction	www.ben-regaya.net

Exercice 1

a) On peut toujours utiliser une loi binomiale : $p=0,02$ et n =2. La probabilité que l'on ait les deux pièces non conformes est $C_2^2 p^2 (1-p)^0 = 0,02^2 = 0,0004$.

b) Evénements successifs : $P(C,\overline{C}) = P(C)\,p(\overline{C}) = 0,02\times 0,98 = 0,0196$.

Exercice 2

a) **Faux** : L'urne contient

$1+1+2^1+\ldots+2^{k-1}+\ldots+2^{n-1} = 1+\dfrac{2^n-1}{2-1} = 2^n$ boules (somme des termes d'une suite géométrique).

b) **Faux** : Si $k \succ 0$, $p(X=k) = \dfrac{2^{k-1}}{2^n} = 2^{k-n-1}$; si $k=0$, $p(X=0) = \dfrac{1}{2^n} = 2^{-n}$ (la réponse proposée était forcément fausse puisque $2^{n-k+1} \succ 1$).

c) **Vrai :** Récurrence : On teste la formule pour $n=2$: $\sum_{k=1}^{2} k2^{k-1} = 1.2^0 + 2.2^1 = 5$; $(2-1)2^2+1 = 5$.

$\sum_{k=1}^{n+1} k2^{k-1} = \sum_{k=1}^{n} k2^{k-1} + (n+1)2^n$

$= (n-1)2^n + 1 + (n+1)2^n = 2n2^n + 1 = n2^{n+1} + 1$; remplaçons maintenant n par $n+1$ dans la formule :

$\sum_{k=1}^{n} k2^{k-1} = (n-1)2^n + 1 \Rightarrow \sum_{k=1}^{n+1} k2^{k-1} = (n+1-1)2^{n+1} + 1 = n2^{n+1} + 1$

d) **Faux** : $E(X) = 0.2^{-n} + 1.2^{-n} + 2.2^{-n+1} + \ldots + k.2^{-n+k-1} + \ldots + n.2^{-n+n-1} = 2^{-n}\left(\sum_{k=1}^{n} k2^{k-1}\right)$

d'où $E(X) = 2^{-n}\left((n-1)2^n + 1\right) = (n-1) + 2^{-n}$.

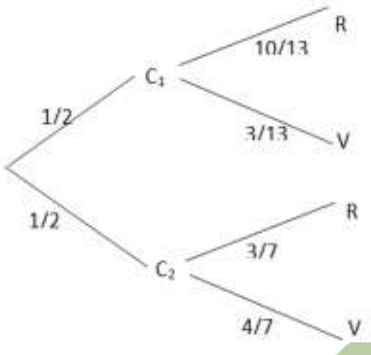
Exercice 3

1. Il choisit simultanément trois billes au hasard : il y a 13 billes dans cette boîte, il y a donc $C_{13}^3 = \dfrac{13.12.11}{3.2.1} = 286$ choix possibles. Comme il y a 10 rouges, il peut prendre 0, 1, 2 ou 3 billes rouges : ce sont les valeurs que peut prendre X.

a) Si on tire k rouges, on tire $3-k$ vertes : on a $p(X=k) = \dfrac{C_{10}^k\, C_3^{3-k}}{286}$ $0 \le k \le 3$:

b) $E(X) = 0.\dfrac{1}{286} + 1.\dfrac{30}{286} + 2.\dfrac{135}{286} + 3.\dfrac{120}{286} = \dfrac{660}{286} \approx 2,307$.

2. a) Voir ci-contre



b) $p(R) = p(R \cap C_1) + p(R \cap C_2)$, principe des probabilités totales

$= p_{C_1}(R)\,p(C_1) + p_{C_2}(R)\,p(C_2) = \dfrac{10}{13}.\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{7}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{109}{182} \approx 0,599$

c) $p_R(C_1) = \dfrac{p(C_1 \cap R)}{p(R)} = \dfrac{5/13}{109/182} = \dfrac{5}{13}.\dfrac{13.7.2}{109} = \dfrac{70}{109} \approx 0,642$

3. Loi binomiale : n inconnu, p = probabilité de tirer une rouge.

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

a) $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) . = 1 - C_n^0 \left(\frac{109}{182}\right)^0 \left(\frac{73}{182}\right)^n = 1 - \left(\frac{73}{182}\right)^n$

b) $p_n \geq 0,99 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{73}{182}\right)^n \geq 0,99 \Leftrightarrow \left(\frac{73}{182}\right)^n \leq 0,01 \Leftrightarrow n\, ln\left(\frac{73}{182}\right) \leq ln 0,01 \Leftrightarrow n \geq \frac{ln 0,01}{ln\left(\frac{73}{182}\right)} \approx 5,04$

; il faut donc que $n \geq 6$

Exercice 4

1. a) $p(A) = \frac{1}{6}$; $p(\overline{A}) = \frac{5}{6}$; $p(B/A) = \frac{4}{7}$; $p(B/\overline{A}) = \frac{17}{35}$. D'après la loi des probabilités totales on a :

   $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \overline{A}) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{17}{35} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$.

   b) $p(B/A) \times p(B) = p(B \cap A)$ d'où $p(B/A) = \frac{p(B \cap A)}{p(B)} = \frac{(4/7) \times (1/6)}{1/2} = \frac{4}{21}$.

   c) De même on a : $p(\overline{A}/\overline{B}) \times p(\overline{B}) = p(\overline{B} \cap \overline{A})$ d'où $p(\overline{A}/\overline{B}) = \frac{p(\overline{B} \cap \overline{A})}{p(\overline{B})} = \frac{(18/35) \times (5/6)}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{7}$

2. Ensemble des valeurs de X : $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4\}$:

k	1	2	3	4
$p(X = k)$	$\frac{4 \times 6!}{7!} = \frac{4}{7}$	$\frac{3 \times 4 \times 5!}{7!} = \frac{2}{7}$	$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 4!}{7!} = \frac{4}{35}$	$\frac{3! \times 4!}{7!} = \frac{1}{35}$

$E(X) = 1 \times \frac{4}{7} + 2 \times \frac{2}{7} + 3 \times \frac{4}{35} + 4 \times \frac{1}{35} = \frac{8}{35}$.

$E(X^2) = 1 \times \frac{4}{7} + 2^2 \times \frac{2}{7} + 3^2 \times \frac{4}{35} + 4^2 \times \frac{1}{35} = \frac{20}{7}$; var(X)=$V(X) = \frac{20}{7} - \left(\frac{8}{35}\right)^2$; $\sigma(X) \approx 1,69$.

Exercice 5

il y a $C_8^3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 8 \times 7 = 56$ éventualités, c'est-à-dire 56 façons de tirer les 3 cubes.

1. a) Obtenir des cubes de couleur différente revient à obtenir 1 rouge ET 1 vert ET 1 jaune, c'est-à-dire obtenir un rouge parmi les 4, et 1 vert parmi les 3 et le jaune : $p(A) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times 1}{C_8^3} = \frac{4 \times 3 \times 1}{56} = \frac{3}{14}$.

   b) Obtenir au plus un petit cube c'est n'en obtenir aucun OU en obtenir un seul.

   $$p(B) = \frac{C_3^3}{C_8^3} + \frac{C_5^1 \times C_3^2}{C_8^3} = \frac{1}{56} + \frac{5 \times 3}{56} = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}.$$

   En effet, n'obtenir aucun cube, c'est prendre les 3 gros, et il n'y a qu'une possibilité (3 parmi les 3) OU n'en prendre qu'un (parmi les 5) ET prendre 2 gros cubes (parmi les 3).

2. a) La variable aléatoire donne le nombre de petits cubes rouges tirés ; il y en en trois en tout, on peut donc en tirer 0, 1, 2 ou 3.

www.bel-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

- Aucun petit cube rouge: $p(X=0)=\dfrac{C_3^0\times C_5^3}{C_8^3}=\dfrac{1\times\dfrac{5\times4\times3}{3\times2}}{56}=\dfrac{10}{56}=\dfrac{5}{28}$.
- Un seul petit cube rouge : $p(X=1)=\dfrac{C_3^1\times C_5^2}{C_8^3}=\dfrac{3\times\dfrac{5\times4}{2}}{56}=\dfrac{30}{56}=\dfrac{15}{28}$.
- Deux petits cubes : $p(X=2)=\dfrac{C_3^2\times C_5^1}{C_8^3}=\dfrac{3\times5}{56}=\dfrac{15}{56}$.
- Trois petits cubes rouges : $p(X=3)=\dfrac{C_3^3\times C_5^0}{C_8^3}=\dfrac{1\times1}{56}=\dfrac{1}{56}$.

Loi de probabilité :

$x_k=(X=k)$	0	1	2	3
$p_k=p(X=k)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$
$p_k\,x_k$	0	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{56}$

b) $E(X)=\sum_{k=0}^{3} p_k x_k=\dfrac{15}{28}+\dfrac{15}{28}+\dfrac{3}{56}=\dfrac{9}{8}$.

3. Les événements sont indépendants. Il s'agit d'un schéma de Bernoulli, avec :

- Succès : "Obtenir au plus un petit cube."
- $p=p(S)=\dfrac{2}{7}$ (Voir question 1.)
- Il y a 5 épreuves.
- On obtient k succès lors des n épreuves. $p(Y=k)=C_5^k p^k(1-p)^{5-k}=C_5^k\left(\dfrac{2}{7}\right)^k\left(\dfrac{5}{7}\right)^{5-k}$.

a) On veut obtenir au moins un succès lors des 5 épreuves. On appelle Y la variable aléatoire qui donne le nombre
de succès lors des 5 épreuves. Il s'agit de calculer $p(Y\geq 1)$ ou encore $1-p(Y=0)$:

$$p(Y\geq1)=1-p(Y=0)=1-C_5^0p^0(1-p)^{5-0}=1-\left(\frac{5}{7}\right)^5=\frac{13682}{16807}\approx0,8141$$

b) $p(Y=3)=C_5^3p^3(1-p)^{5-3}=C_5^3\times\left(\dfrac{2}{7}\right)^3\times\left(\dfrac{5}{7}\right)^2=\dfrac{2000}{16807}\approx0,1190$

Exercice 6

1. Comme A et B sont indépendants on a $p(A\cap B)=p(A)p(B)=0,02\times0,1=0,002$; on en déduit donc que

$$p(\mathrm{C})=1-p(A\cup B)=1-\left[\,p(A)+p(B)-p(A\cap B)\,\right]=1-0,02-0,1+(0,02\times0,1)=0,882$$

2. On demande $p\left(A\cap\overline{B}\right)+p\left(\overline{A}\cap B\right)$.

$p\left(A\cap\overline{B}\right)+p\left(\overline{A}\cap B\right)=p\left(A\right)-p\left(A\cap B\right)+p\left(B\right)-p\left(A\cap B\right)$ c'est le principe des probabilités totales appliqué deux fois :

www.ben-regaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Donc $p\left(A\cap\overline{B}\right)+p\left(\overline{A}\cap B\right)=p(A)+p(B)-2p\left(A\cap B\right)=0{,}116$

3. X suit une loi binomiale $B(5\,;0{,}882)$; $p(E)=p(X\geq 4)=p(X=4)+p(X=5)$.

$=C_5^4 0{,}882^4 0{,}118^1+C_5^5 0{,}882^5 0{,}118^0\approx 0{,}891$.

Exercice 7

1. a) On a une loi de Bernoulli de paramètres $p=\frac{1}{4}$ et $n=50$.

b) On a $E=n\times p=50\times\frac{1}{4}=12{,}5$.(tulipes Jaunes).

c)On a $p\left(X=n\right)=C_{50}^n\left(\frac{1}{4}\right)^n\times\left(\frac{3}{4}\right)^{50-n}=C_{50}^n\times\frac{3^{50-n}}{4^{50}}$

d) $p\left(X=15\right)=C_{50}^{15}\left(\frac{1}{4}\right)^{15}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{50-15}\approx 0{,}089$.

2. a) Si le lot choisit est le 2, on a autant de chance d'avoir une tulipe jaune que le contraire. La loi de Bernoulli a ici pour paramètres n = 50 et $p=\frac{1}{2}$.

La probabilité d'obtenir n tulipes jaunes est donc : $p_B\left(J_n\right)=C_{50}^n\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}\right)^{50-n}=C_{50}^n\times 2^{-50}$

b) De la même façon que précédemment $p_A\left(J_n\right)=C_{50}^n\left(\frac{1}{4}\right)^n\left(\frac{3}{4}\right)^{50-n}=C_{50}^n\times\frac{3^{50-n}}{4^{50}}$.

A et B forment une partition de l'univers, donc d'après la formule des probabilités totales,

$p\left(J_n\right)=p\left(A\cap J_n\right)+p\left(B\cap J_n\right)=p(A)\times p_A\left(J_n\right)+p(B)\times p_B\left(J_n\right)=$

$=\frac{1}{2}C_{50}^n\times\frac{3^{50-n}}{4^{50}}+\frac{1}{2}C_{50}^n\times\frac{1}{2^{50}}=\frac{1}{2}C_{50}^n\left(\frac{3^{50-n}}{4^{50}}+\frac{1}{2^{50}}\right)=\frac{1}{2}C_{50}^n\left(\frac{3^{50-n}+2^{50}}{4^{50}}\right)$.

c) $p_n=p_{J_n}(A)=\frac{p\left(A\cap J_n\right)}{p\left(J_n\right)}=\frac{p_A\left(J_n\right)\times p(A)}{p\left(J_n\right)}=\frac{\frac{1}{2}C_{50}^n\frac{3^{50-n}}{4^{50}}}{\frac{1}{2}C_{50}^n\left(\frac{3^{50-n}}{4^{50}}+\frac{1}{2^{50}}\right)}=\frac{\frac{3^{50-n}}{4^{50}}}{\left(\frac{3^{50-n}+2^{50}}{4^{50}}\right)}=\frac{3^{50-n}}{3^{50-n}+2^{50}}$

d) $p_n\geq 0{,}9\Leftrightarrow\frac{3^{50-n}}{3^{50-n}+2^{50}}\geq 0{,}9\Leftrightarrow 3^{50-n}\geq 0{,}9\left(3^{50-n}+2^{50}\right)\Leftrightarrow 0{,}1\times 3^{50-n}\geq 0{,}9\times 2^{50}$

$\Leftrightarrow\left(50-n\right)ln3\geq ln9+50ln2\ 50-n\leq\frac{ln9+50ln2}{ln3}\Leftrightarrow n\leq 16{,}45$

Conclusion il faut que $n\prec 17$.

Interprétation si le nombre de tulipes jaunes est prévu élevé (ici moins de 17) la probabilité d'avoir choisi le lot 1 est très grande ; ci se nombre de tulipes jaunes se rapproche de 25 sur 50, la probabilité est grande que le lot choisi soit le lot 2.

www.ben-legaya.net
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Exercice 8

1. a) D'après le principe des probabilités totales $A=(A\cap B_1)\cup(A\cap B_2)$ les événements étant incompatibles

donc $p(A)=p(A\cap E)+p(A\cap\overline{E})=p(E)\times p_E(A)+p(\overline{E})\times p_{\overline{E}}(A)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2}{C_3^2}+\frac{1}{2}\frac{C_2^2+C_2^2}{C_4^2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

b) Dans cette question , on demande la probabilité conditionnelle de E relative à A.

$p_A(E)=\frac{p(A\cap E)}{p(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$.

2. a) C'est une épreuve a deux issues : réaliser l'événement A avec une probabilité égale à $\frac{1}{3}$ ou ne pas réaliser A.

Cette épreuve est répéter n fois d'une manière indépendante, la variable X est binomiale de paramètre n et $\frac{1}{3}$.

$p(X=k)=C_n^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{n-k}$.

b) $E(X)=\frac{n}{3}$, $V(X)=\frac{2n}{9}$.

c) $p_n=p(X\geq 1)=1-p(X=0)=1-\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

$\lim\limits_{n\to+\infty}p_n=\lim\limits_{n\to+\infty}1-\left(\frac{2}{3}\right)^n=1$ car $\left|\frac{2}{3}\right|\prec 1$.

www.ben-regaya.net

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math