LYCEE PILOTE SFAX	Série REVISION Complexe2	Mr MEGDICH
		4ème MATH

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

EXERCICE N° 1

On appelle Γ le cercle de centre O et de rayon 1. On appelle f l' application du plan P privé de O dans P qui à tout point M d'affixe z différent de 0 associe le point M' d'affixe z'$=z+i-\frac{1}{z}$

1) On considère les points A et B d'affixes respectives a=i et b=$\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}$ et leurs images A' et B' par f d'affixes a' et b'

a) Placer les points A, B, A' et B' . calculer $\frac{b}{b-b'}$; en déduire la nature de OBB'

b) Déterminer l'écriture trigonométrique de $\frac{b'}{b}$ en déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OB'}\right)$

2) a) Montrer que si $z=\cos\theta+i\sin\theta$, avec $\theta\in\mathbb{R}$ alors z'$=\left(2\sin\theta+1\right)i$

b) Construire le point M' image d'un point M de Γ

EXERCICE N°2

On pose $z_0=2$ et pour tout n de ℕ; $z_{n+1}=\frac{1+i}{2}z_n$. On note A_n le point d'affixe z_n et $u_n=|z_n|$

1) Montrer que u_n est une suite géométrique puis exprimer u_n en fonction de n

2) Etablir que pour tout n de IN ; $\frac{z_{n+1}-z_n}{z_{n+1}}=i$. En déduire la nature du triangle OA_nA_{n+1}

3) Pour tout n de IN on pose $l_n=A_0A_1+A_1A_2+A_2A_3+\dots\dots\dots A_{n-1}A_n$; Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}l_n$

EXERCICE N°3

On définit les nombres complexes Z_n de la manière suivante :

$Z_0=1$ et $Z_{n+1}=\frac{1}{3}Z_n+\frac{2}{3}i$ Pour tout n de IN et on pose $u_n=Z_n-i$

1) Montrer par récurrence que pour tout n de ℕ ; $u_n=(1-i)\left(\frac{1}{3}\right)^n$

2) On désigne par A_n et B_n les points d'affixes u_n et Z_n

Déterminer la forme trigonométrique de u_n et déduire que les points A_n sont alignés déduire que les points B_n sont alignés

EXERCICE N°4

A tout point M d'affixe z on lui associe par l'application f le point M'd'affixe z' tel que $z'=\left(\frac{3+4i}{6}\right)z+\frac{5}{6}\bar{z}$

1) On considère les points A,B et C d'affixes respectives $z_A=1+2i$ et $z_B=3i$

Déterminer les affixes de A' et B' les images de A et B par f

2) Déterminer les points M d'affixes z tels que f(M)=M

3)a) Montrer que pour tout nombre complexe z on a : $\frac{z'-z}{z_A}=\frac{z+\bar{z}}{6}+i\frac{z-\bar{z}}{3}$

b)Déduire que si M' et M sont distincts alors (OA) et (MM') sont parallèles