Lycée Mahmoud Magdich	**série de révision** **4M (T_3)**	**Mme Chaabouni**

Exercice n°1

1/ Résoudre dans C l'équation (E) : $z^2+i(e^{i\theta}-2)z+e^{i\theta}-1=0$,

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$

2/ Déterminer et construire l'ensembles des points M(i -i$e^{i\theta}$) lorsque θ var *iedans* $\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$

3/ On considère les points A(1) et B (i) et l'application f qui a tout point M d'affixe z du plan P prive de B associe le M'd'affixe z' telle que z' = $\dfrac{\overline{z}-i}{\overline{z}+i}$

a)Montrer que si z$\neq$ i et $|z|=1$alors z' est imaginaire pur

b) Montrer que $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{AM'}$ sont orthogonaux

c) Construire le point M' si M un point du cercle C (O, 1) privé de B

4/ a)Soit $\theta'\in\left]0,2\pi\right[$ Montrer que si z$\neq$ i et $\dfrac{\overline{z}-i}{\overline{z}+i}=e^{i\theta}$ alors z = - cotg $\left(\dfrac{\theta'}{2}\right)$

b) Résoudre dans C l'équation (E) : $(\overline{z}-i)^3=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(-1+i)(\overline{z}+i)^3$,

Exercice n°2 :

Dans l'ensemble C On considère l'équation E :$z^3+(5+i)z^2+(10+2i)z+8=0$

1/ Montrer que l'équation E admet une solution réelle que l'on déterminera

b)Résoudre dans C l'équation E

2/ Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$ on considère l' application f qui à chaque point M (z) associe M ' (z') telle que $z'=(1+i)z$

a)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f

b) Montrer que le triangle OM'M est rectangle isocèle

3/ On note A_n les points du plan définie par A_0(-1+i)et Pour tout entier naturel n, A_{n+1}=f(An).

a) Placer les points A_0 , A_1, A_2 ,A_3 *et* A_4.

b) Pour quelle valeur de *n* les points O, A_0 et An sont ils alignés

Exercice n°8

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-(2-i)e^{i\theta}z+2(1+i)e^{2i\theta}\quad \theta\in\left]-\pi,\pi\right]$

2) Le plan *P* étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$ Soit $f:P\to P$

M(z) $\mapsto M'(z')$ tel que $z'=ie^{i\theta}z+2(1-i)e^{i\theta}$

Pour $\theta \neq -\frac{\pi}{2}$ montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle

3) Soit l'application $g = f \circ S$ où S est la symétrie orthogonale d'axe $(o\vec{u})$ Montrer que g est une symétrie de P

b) Soit M un point d'affixe z et z'' l'affixe du point M'' = g(M) Justifier $z'' = ie^{i\theta}\bar{z} + 2(1-i)e^{i\theta}$. On prend $O = 0$ A et B les points d'affixes $1-i$ et $-2i$.

Calculer $g(A)$ et $g(B)$ .Quelle est dans ce cas la nature de g

Exercice n°5

1/ Déterminer les racines quatrièmes de l' unité

2/ Résoudre dans C l'équation $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$

3/ Déterminer les racines cubiques du nombres complexe U= $4\sqrt{2}$ (-1+ i)

4/ Résoudre dans C l'équation $(2z-1)^3 = 4\sqrt{2}(-1+i)z^3$

Exercice n° 6

Donner la forme exponentielle des nombres complexes $\sqrt{3}+i$ et $\sqrt{3}-i$

Montrer que $(1+\frac{i}{\sqrt{3}})^n - (1-\frac{i}{\sqrt{3}})^n = i\frac{2^{n+1}}{(\sqrt{3})^n}\sin\frac{n\pi}{6}$ Pour tout $n \in IN$

Pour quels entier n , $(1+\frac{i}{\sqrt{3}})^n - (1-\frac{i}{\sqrt{3}})^n$ est réel

Exercice n°9

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct$(o,\vec{u},\vec{v})$. On désigne par A et K les points d'affixes respectives 1 et $1+i$ et pour I et J les points d'affixes respectives i et $-i$.

1) On désigne par $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1. Soit N un point de $\mathcal{C}$ distinct de I et de J. On note$\left(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{ON}}\right) \equiv t[2\pi]$.

a) Quelle est la nature du triangle INJ ?

b) Montrer que pour tout $t \in \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,;k\in\mathbb{Z}\right\}$, le nombre $\frac{e^{it}+i}{e^{it}-i}$ est imaginaire pur.

2) On désigne par Γ le cercle de centre A et de rayon 1. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a) Tracer Γ et son image Γ' par la rotation r sur une même figure qui sera complétée par la suite.

b) On note M' l'image par r d'un point quelconque M du plan. Exprimer l'affixe Z' de M' en fonction de l'affixe Z de M.

c) Déterminer l'antécédent H de K par r.

3) Dans cette question M est un point quelconque de Γ distinct de K et d'affixe Z.

On note $\left(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{OM}}\right) \equiv \theta/2[2\pi]$.

a) Vérifier que $Z = 1+e^{i\theta}$.

b) Montrer que $\frac{Z'-(1+i)}{Z-(1+i)} = i\frac{e^{i\theta}+i}{e^{i\theta}-i}$

c) Montrer que les points M, K et M' sont alignés.

d) En déduire une construction du point M' connaissant M.