

Exercice n°1Répondre par Vrai ou Faux en justifiant la réponse

- 1) $7x \equiv 14 \pmod{28}$ si et seulement si $x \equiv 2 \pmod{28}$
- 2) Soit n un entier naturel non nul tel que $(5n) \wedge (3 \cdot 5^2 \cdot 7) = 35$ alors $n \equiv 0 \pmod{7}$
- 3) Pour tout n un entier naturel ; $(n+1)^2$ et n sont premiers entre eux
- 4) Pour tout n un entier naturel ; $2^n + 1$ et $2^{n+1} + 1$ sont premiers entre eux

II) 1/a) Déterminer en fonction de n le reste modulo 7 de 3^n b) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tel que $10^n - 3^{n+2} \equiv 1 \pmod{7}$ 2/ Pour tout entier naturel $n \geq 1$ On pose $X_n = a1111 \dots 1$ ou le chiffre 1 est répété n fois et le chiffre a est non nul

- a) Montrer que Pour tout entier naturel $n \geq 1$; $X_n \equiv 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} + a \cdot 3^n \pmod{7}$
- b) En déduire que $2X_n \equiv -1 + (2a+1)3^n \pmod{7}$
- c) Déterminer les valeurs de a pour que X_{19} soit divisible par 7

Exercice n° 2 :

- 1) a) Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel k les restes modulo 6 de 5^k
- b) En déduire le reste modulo 6 de $A = (2009)^{2008}$
- 2) a) Montrer que tout $n \in \mathbb{N}^* ; 5^n \equiv 2^n + 3^n \pmod{6}$
- b) En déduire pour tout $p \in \mathbb{N}^* ; B = (2005)^p + (2006)^{2009} + (2007)^{2009}$ est divisible par 6
- 3) Résoudre dans \mathbb{Z} l'équation $x^2 + x + 4 \equiv 0 \pmod{6}$

Exercice n° 3 :

- 1/ a- Soit $a \in \{2, 3, 4, 5\}$ Montrer que $a^6 \equiv 1 \pmod{7}$
- b- Quel est le reste de la division euclidienne 2006 par 7
- c- En déduire que $(2006)^{2008} - 4$ est divisible par 7
- 2/ Soit $n \in \mathbb{N}$ on considère $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$
- a- Déterminer le reste modulo 7 de A_n
- b- En déduire que si n impair alors $A_n \equiv 0 \pmod{7}$
- 3/ Soit q et r le reste et le quotient de la division euclidienne de n par 6
- a- Montrer que $A_n \equiv A_r \pmod{7}$
- Déterminer les valeurs de n pour que $A_n \equiv 0 \pmod{7}$
- 4/ Soit $n \in \mathbb{N}$ on considère $B_n = 303^n + 304^n + 305^n + 306^n$
- a- Montrer que $B_n \equiv A_n \pmod{7}$
- b- En déduire que les valeurs de n pour que $B_n \equiv 0 \pmod{7}$ sont congrus à 1 ou à 3 ou à 5 modulo 6

Exercice n° 4 : session principale 2010Répondre par Vrai ou Faux en justifiant la réponse

- 1) le quotient de (-23) par -5 est 4
- 2) Si a et b deux entiers tel que $64a + 9b = 1$ alors les entiers b et 64 sont premiers entre eux
- 3) $147^{146} \equiv 2 \pmod{12}$
- 4) $x^2 \equiv 0 \pmod{8}$ si et seulement si $x \equiv 0 \pmod{8}$
- 5) si p est un entier premier distinct



Exercice n°5

Déterminer suivant les valeurs de n le reste de la division euclidienne de 2^n par 10

Déterminer le chiffre des unités de $(3548)^9(2004)^{31}$

Exercice n°6

Un constructeur automobile achète des pneus à trois fournisseurs dans les proportions suivantes

* 20% au premier fournisseur * 50% au deuxième fournisseur * 30% au troisième fournisseur

Le premier fournisseur fabrique 90% des pneus sans défaut, le second fabrique 95% des pneus sans défaut et le troisième fabrique 80% des pneus sans défaut

Soient F_1 : « Le pneu provient du premier fournisseur », F_2 : « Le pneu provient du deuxième fournisseur

F_3 : « Le pneu provient troisième fournisseur

On choisit un pneu au hasard

1) Montrer que la probabilité de l'événement S : « Le pneu est sans défaut » est égale à 0,895

2) Le pneu choisi étant sans défaut qu'elle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur

3) Calculer la probabilité de l'événement R : « sur un lot de 12 pneus, un pneu au plus soit défectueux

4) On choisit deux pneus au hasard,

un pneu vaut : * 15 dinars s'il provient du premier fournisseur et il est sans défaut

* 5 dinars s'il provient du premier fournisseur et il est défectueux

* 20 dinars s'il provient du deuxième ou du troisième fournisseur

Soit X la variable aléatoire donnant le prix de deux pneus choisis. Déterminer la loi de probabilité de X

Exercice n°7

Une compagnie d'assurance automobile fait un bilan des frais d'intervention, parmi ses dossiers d'accidents de la circulation. 85 % des dossiers entraînent des frais de réparation matérielle. 20 % des dossiers entraînent des frais de dommages corporels.

Parmi les dossiers entraînant des frais de réparation matérielle, 12 % entraînent des frais de dommages corporels.

Certains dossiers n'entraînent aucun frais

Soit les événements suivants : M : « le dossier traité entraîne des frais de réparation matérielle » ;

C : « le dossier traité entraîne des frais de dommages corporels ».

1) Déterminer la probabilité de chacun des événements M , C et de l'événement C sachant M

2) . On choisit un dossier au hasard. Calculer la probabilité pour qu'un dossier :

a. entraîne des frais de réparation matérielle et des frais de dommages corporels ;

b. entraîne seulement des frais de réparation matérielle ;

c. entraîne seulement des frais de dommages corporels ;

d. n'entraîne ni frais de réparation matérielle ni frais de dommages corporels ;

e. entraîne des frais de réparation matérielle sachant qu'il entraîne des frais de dommages corporels.

3) . On constate que 40% des dossiers traités correspondent à des excès de vitesse et parmi ces derniers 60% entraînent des frais de dommages corporels.

On note E : « le dossier traité correspond à un excès de vitesse ».

a. On choisit un dossier. Quelle est la probabilité p pour que ce dossier corresponde à un excès de vitesse et entraîne des frais de dommages corporels ?

b. On choisit cinq dossiers de façon indépendante. Quelle est la probabilité pour qu'au moins un dossier corresponde à un excès de vitesse et entraîne des frais de dommages corporels ?

c. Soit n un entier ($n > 1$). On choisit n dossiers de façon indépendante. Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité qu'au moins un dossier corresponde à un excès de vitesse et entraîne des frais de dommages corporels, soit supérieure ou égale à 0,9.

