Lycée pilote de Bizerte	Serie d'exercices n°56 4éme Math	Prof:M.Benali

EXERCICE N°1

Le tableau ci-dessous donne, pour des filles de 1 à 14 ans, la taille moyenne X (en centimètres) et le poi moyen Y (en kilogrammes) :

Âge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	72,5	84,5	92,8	99,7	106,4	112,4	118,2	123,9	129,4	134,8	140,1	147,4	154,4	157,9
Y	9,2	11,6	13,6	15,3	17,2	19	22,3	23,8	26,7	29,7	33	37	45	48,3

1°/ a) Calculer la moyenne $\overline{X}$ et l'écart-type σ_X de la variable X.

b) Calculer la moyenne $\overline{Y}$ et l'écart-type σ_Y de la variable Y.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série double (X , Y).

2°/ On admet qu'il existe un ajustement de la série (X , Y) par la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par

$f(x) = 2,1463\, e^{0,0197\,x}$ et on suppose que cet ajustement reste valable pour les filles jusqu'à l'âge de 17ans.

Estimer le poids moyen des filles de 17 ans ayant une taille moyenne égale à 165 centimètres

EXERCICE N°2

Monsieur Yahia est un papa heureux. Son fils bénéfice d'une excellente santé. Il a noté son poids (en kg à chacun de ses anniversaires.

Age x_i (en années)	7	8	9	10	11	12
Poids Y_i	22	24	28	34	42	52

Soucieux de l'avenir, Monsieur Yahia souhaiterait avoir une idée de l'évolution du poids de son fils.

1°/ a) Représenter cette série par un nuage de points.

b) Calculer le coefficient de corrélation des variables X et Y. Que peut-on conclure ?

2°/ On pose $Z = \sqrt{Y}$.

a) Compléter le tableau suivant :

Age x_i (en années)	7	8	9	10	11	12
Z	4,69	4,9	5,29	5,83	6,48	7,21

b) Calculer le coefficient de corrélation des variables X et Z. Que peut-on conclure ?

c) Déterminer la droite de régression de Z en X.

d) Calculer le poids du fils qui pourrait être à 20 ans, puis à 25 ans.

e) Selon tes calculs, Yahia a -t -il raison de se faire du souci ?

EXERCICE N°3

L'observation de 50 lapins vendus par un cultivateur suivant les deux caractères :

X : le poids du lapin en kg, Y : le prix du lapin en dinars, est résumée dans le tableau suivant :

X \ Y	1	2	3	4
1	22	2	2	0
2	0	0	4	20

1°/ Déterminer les distributions marginales associées à X et à Y.

2°/ Calculer $\overline{X}$, $\overline{Y}$, σ_X et σ_Y.

3°/ Calculer la covariance du couple (X , Y) puis le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

4°/ a) Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X.

b) Quel est le prix d'un lapin de poids 2750 g ?

Série 56

Ex 1

1) a/ La moyenne $\overline{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum x_i \cdot n_i$

$= 119,6.$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

$= \sqrt{\overline{X^2} - (\overline{X})^2}$

$= 25,37$ (à 10^{-2} près)

b/ La moyenne $\overline{Y} = \frac{1}{N} \cdot \sum y_i \cdot n_i$

$= 25,12$ (à 10^{-2} près)

$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)}$

$= \sqrt{\overline{Y^2} - \overline{Y}^2}$

$= 11,75.$ (à 10^{-2} près)

c/ $r = \dfrac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}$

$= \dfrac{\overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y}}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}$

$= 0,9658$ (à 10^{-4} près)

2) On a $Y = f(X)$.

ssi $Y = 2,1463 \cdot e^{0,0197 X}$

pour $x = 165$ cm,

$Y = 2,1463 \cdot e^{0,0197 \times 165}$

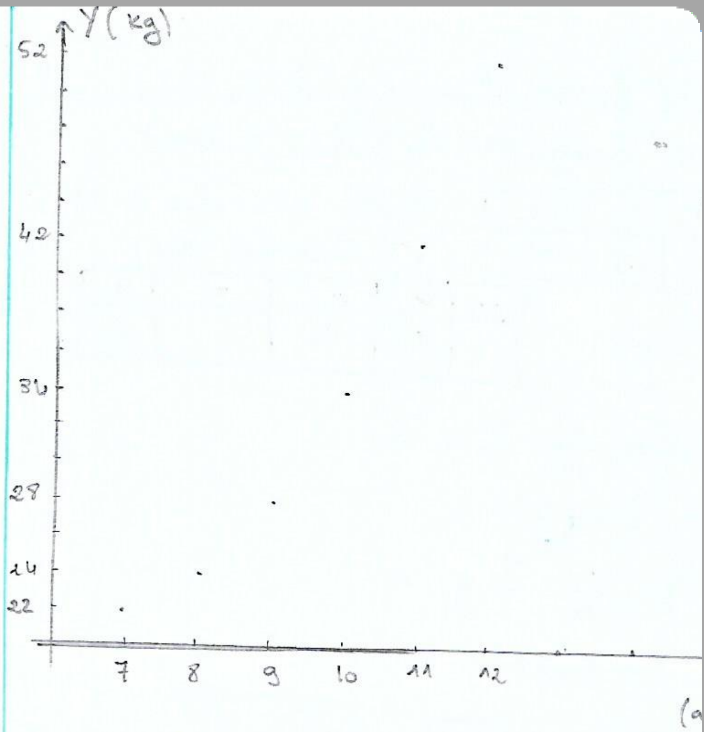
$= 55,38$ kg.

Ex 2

1) b/ $r = \dfrac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)} = 0,9716 > \frac{\sqrt{3}}{2}$

La corrélation linéaire est ...

ajustement affine ...



2) b/ $r' = \dfrac{\operatorname{cov}(X,Z)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Z)}$

$= 0,9829.$

On a $r' > r > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc la corrélation linéaire entre X et Z est plus forte qu'entre X et Y.

Un ajustement affine entre X et Z plus raisonnable.

c/ On a $Z = aX + b$.

avec $a = \dfrac{\operatorname{cov}(X,Z)}{V(X)} = 0,511$

$b = \overline{Z} - a\overline{X} = 0,88$

donc $Z = 0,511 X + 0,88.$

d/ pour $X = 20$,

$\sqrt{Y} = Z = 0,511 \times 20 + 0,88$

$Y = (0,511 \times 20 + 0,88)^2$

$= 123,21$ kg.

pour $X = 25$,

$\sqrt{Y} = Z = 0,511 \times 25 + 0,88$

$Y = (0,511 \times 25 + 0,88)^2$

$= 186,459$ kg.

Ex 3)

1) La distribution marginale de la variable X est donnée par le tableau suivant :

x_i	1	2
n_i	26	24

. Celle associée à Y est donnée par :

y_i	1	2	3	4
n_i	22	2	6	20

2) $\overline{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum x_i \cdot n_i$

$= 1,48$

$\overline{Y} = \frac{1}{N} \cdot \sum y_i \cdot n_i$

$= 2,48.$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\overline{X^2} - \overline{X}^2}$

$= 0,5$

$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{\overline{X^2} - \overline{X}^2}$

$= 1,389$

3) $\text{cov}(X, Y) = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y}$

$= 0,6496.$

$r = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}$

$= 0,936$

4) a/ On pose $Y = aX + b$.

avec $a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} = 2,6$

$b = \overline{Y} - a\overline{X} = -1,37$

$Y = 2,6X - 1,37.$

b/ Il s'agit de calculer Y pour $X = 2,75$ Kg.

$(2750 g = 2,75$ Kg$)$.

$Y = 2,6 \times 2,75 - 1,37$

$= 5,78.$