

EXERCICE N° 1

On réalise une enquête sur une population , en s'intéressant à deux critères : le sexe des personnes interrogées et leur tranche d'âge (moins de 20 ans et plus de 20 ans ) . On constate que :

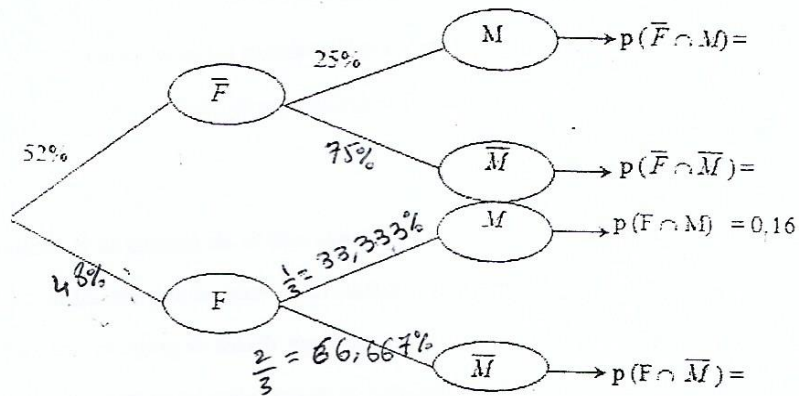
52% des personnes interrogées sont des hommes et 25% des hommes interrogés ont moins de 20 ans

La probabilité que la personne interrogée est une femme moins de 20 ans est de 0,16

On considère les événements suivants :

F : «La personne interrogée est une femme » et M : « La personne interrogée a moins de 20 ans »

1) Compléter l'arbre pondéré suivant

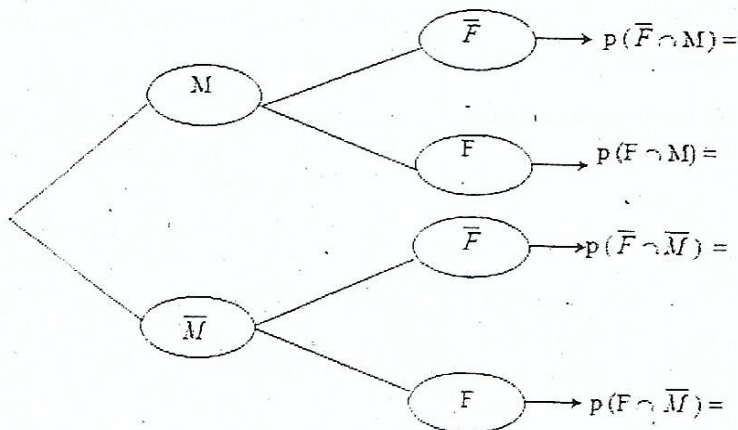


2)a) Quelle est la probabilité que la personne interrogée soit un homme de moins de 20 ans ?

b) Quelle est la probabilité que la personne interrogée soit une femme de moins de 20 ans ?

c) Quelle est la probabilité que la personne interrogée soit âgée de moins de 20 ans ?

3) Compléter l'arbre suivant



### EXERCICE N°2

Une maladie atteint 3% d'une population donnée. Dans ce qui suit on appellera « malade » les individus atteints de cette maladie et « bien portant » ceux qui ne le sont pas.

On dispose d'un test pour la détecter. Ce test donne les résultats suivants :

• Chez les individus malades, 95% des tests positifs et 5% des tests négatifs.

• Chez les individus bien portants, 2% des tests positifs et 98% des tests négatifs.

On décide d'hospitaliser tous les individus ayant un test positif.

On désigne par M : « l'individu est malade » et T : « l'individu a un test positif ».

On donnera tous les résultats à  $10^{-4}$  près.

1) a) Représenter ces résultats à l'aide d'un arbre pondéré.

b) Déterminer la probabilité que l'individu a un test positif.

2) Déterminer la probabilité d'être bien portant parmi les individus hospitalisés.

3) On considère un échantillon de 10 personnes prises de façon indépendante parmi les personnes hospitalisées.

Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins une personne bien portante parmi elles ?

### EXERCICE N°3

Des études ont montré qu'une personne non vaccinée contre la grippe a 40 % de chances de la contracter alors qu'une personne vaccinée n'a que 5% de risques de tomber malade. Le directeur d'une entreprise, constatant que chaque hiver un nombre important d'employés s'absentent, malades de la grippe, décide de proposer une vaccination gratuite, afin de susciter des volontaires. On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants : V :

« l'employé s'est fait vacciner » ; G : « l'employé contractera la grippe durant l'hiver ».

1) Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre de probabilité.

2) Montrer que  $p(G) = 0,4 - 0,35 p(V)$ .

3) Montrer que le pourcentage minimum de personnes à vacciner pour que moins de 20 % des employés aient la grippe cet hiver est environ 58 %.

4) a) Si l'on suppose que 80 % des employés acceptent de se faire vacciner alors, montrer que la probabilité qu'un employé, pris au hasard, tombe malade est 0,12.

b) On choisit au hasard 5 employés, quelle est la probabilité que dans ces conditions, au moins un d'entre-eux tombe malade.

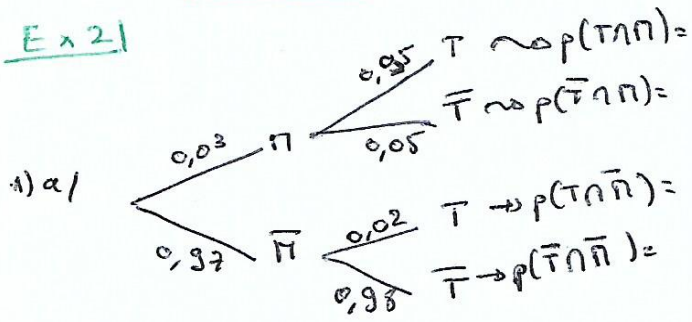
5) Une personne, ingénieur dans l'entreprise, tombe malade de la grippe. Si 80 % des employés ont été vaccinés, quelle est la probabilité que cette personne le soit aussi.

Prof : M. Ben Ali



Série 50

Ex 21



b/  $P(T) = P(T \cap \pi) + P(T \cap \bar{\pi})$   
 $= P(T/\pi) \cdot P(\pi) + P(T/\bar{\pi}) \cdot P(\bar{\pi})$   
 $= 0,95 \times 0,03 + 0,02 \times 0,97$   
 $= 0,0479.$

2)  $P(\bar{\pi} / T) = \frac{P(\bar{\pi} \cap T)}{P(T)}$   
 $= \frac{P(\bar{\pi}) \cdot P(T/\bar{\pi})}{P(T)}$   
 $= \frac{0,97 \times 0,02}{0,0479}$   
 $= 0,405.$

3/ On pose l'événement :

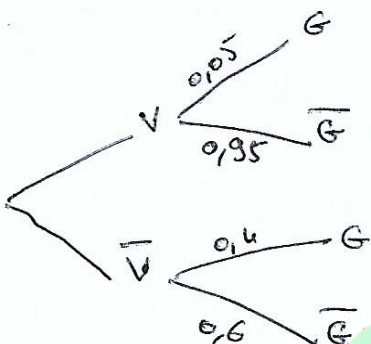
A: "Aucune personne bien portante est parmi les personnes hospitalisées".

Il s'agit de calculer :

$1 - P(A) = 1 - (0,595)^{10}$   
 $= 0,9944.$

Ex 31

1)



2)  $P(G) = P(G \cap V) + P(G \cap \bar{V})$   
 $= P(G/V) \cdot P(V) + P(G/\bar{V}) \cdot P(\bar{V})$   
 $= 0,05 \times 0,05 + 0,4 \cdot (1 - 0,05)$   
 $= 0,4 - 0,35 \cdot P(V)$

3) Il faut que  $P(G) \leq 0,2$   
 ssi  $0,4 - 0,35 \cdot P(V) \leq 0,2$   
 ssi  $0,35 \cdot P(V) \geq 0,2$   
 $P(V) \geq \frac{0,2}{0,35}$   
 $P(V) \geq 0,571$   
 $\approx P(V) \approx 0,58$   
 $= 58\%.$

4) a/  $P(G) = 0,4 - 0,35 \cdot P(V)$   
 $= 0,4 - 0,35 \times 0,8$   
 $= 0,12$   
 $= 12\%.$

b/ Il s'agit de calculer :

$P_n = 1 - (0,88)^5$   
 $= 0,4723$

5)

