Lycée pilote de Bizerte	Serie d'exercices n°14 4éme Math	Prof:M.Benali

EXERCICE N : 1

Dans le plan orienté dans le sens direct , 0n considère un triangle ABC rectangle en A tel que

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$, on désigne par O et I les milieux respectifs des segments [BC] et [AC] .

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement φ qui envoie O en A et B en C .

b) Prouver que φ est une rotation dont on précisera l'angle puis construire son centre Ω .

c) Montrer que le point $\Omega \in [AB]$.

2) Soit R la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de φ o R .

b) Soit C' = φ (C) . Prouver que A est le milieu du segment [CC'] .

3) Soit ψ l'antidéplacement qui envoie O en A et B en C .

a) Montrer que ψ est une symétrie glissante .

b) Vérifier que O appartient à Δ axe de ψ puis déduire la forme réduite de ψ .

4) Soit $f = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(AB)}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f .

EXERCICE N : 2

Soit ABCD un rec tan gle direct de centre O tel que AD=2AB , on désigne par I , J et K les milieux respectifs des segments [AD] ,[AI] et[BC] et D' le symétrique de I par rapport au point K.

1)a) Montrer qu 'il existe un unique antidéplacement f tel que f(A)= I et f(B)=D.

b) Montrer que f est unesymétrie glissante.

2)a) Montrer que f(I)= K.

b) Donner alors la forme réduite de f.

c) Montrer que f(K)= C et déterminer f(D).

3) Soit $g = f \circ S_{(AB)}$ a) Déterminer g(A) et g(B)

b) Montrer que g est une rotation dont on précisera l'angle . c) Montrer que $g = t_{\overrightarrow{AI}} \circ R_{(A,\frac{\pi}{2})}$.

d)Soit AIEF ~~est~~ un carré direct de centre G , Déter min er $g \circ g(A)$ et en déduire le centre de g.

4) Le plan est rapporté à u ... $\overrightarrow{AI}$) . Soient M(z) et M '(z

montrer que : M '= ... **prof :M.BenAli**

Série 14.

Ex 1|

1)a) On a $O = B * C$ et ABC rectangle en A $\}$ $OA = OB = OC$. (a)

Le triangle OAC est tel que :

$OC = OA$

$(\widehat{\vec{CA}, \vec{CO}}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ $\}$ OAC, équilatéral

donc $OA = OC = AC$ (b)

(a) et (b) Donc $OB = AC$.

et $OB \neq 0$

Donc il existe un unique deplacement φ tel que $\varphi(O) = A$

$\varphi(B) = C$.

Soit α l'angle de φ.

b/ $\alpha \equiv (\widehat{\vec{OB}, \vec{AC}}) [2\pi]$

$\equiv (\widehat{\vec{CB}, \vec{AC}}) [2\pi]$

$\equiv (\widehat{\vec{CB}, \vec{CA}}) + \pi [2\pi]$

$\equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$.

donc φ est une rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

c) Soit Ω le centre de φ.

$\varphi(O) = A \iff \Omega \in med[OA]$.

$\varphi(B) = C \iff \Omega \in med[BC]$.

donc $\{\Omega\} = med[OA] \cap med[BC]$.

On a :

$(\widehat{\vec{\Omega A}, \vec{\Omega B}}) \equiv (\widehat{\vec{\Omega A}, \vec{\Omega C}}) + (\widehat{\vec{\Omega C}, \vec{\Omega B}}) [2\pi]$.

$\equiv \frac{-\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} [2\pi]$

$\equiv -\pi [2\pi]$

$\vec{\Omega A}$ et $\vec{\Omega B}$ sont colinéaires de sens contraires. Donc $\Omega \in [AB]$

2)a) Soit $R = R_{(C, \frac{\pi}{3})}$.

$\varphi o R$ est la composée de deux déplac[ements] d'angles respectifs $(\frac{2\pi}{3})$ et $(\frac{\pi}{3})$. Par su[ite] $\varphi o R$ est un déplacement d'angle $(\frac{\pi}{3} + \dots$ donc $\varphi o R$ est une symétrie centrale.

* On a $\varphi o R(A) = \varphi(R(A))$

$= \varphi(O)$

$= A$.

donc $\varphi o R$ est la symétrie centrale de centre A.

b/ On a $\varphi o R(C) = \varphi(C)$

ssi $S_A(C) = C'$.

donc $A = C * C'$.

3) (ψ = psi.)

ψ l'antidéplacement tel que.

$\psi(O) = A$; $\psi(B) = C$

a) Comme $[OA]$ et $[BC]$ ... la même médiatrice.

alors ψ est une Symétrie glissa[nte] (ce n'est pas une ... orthogona[le])

b) Soit $\vec{u}$ son vecteur et Δ son axe

On a $\psi(B) = C \implies O = B * C \in \Delta$

$\psi(O) = A$; $O \in \Delta \implies \Delta = (OA)$.

On a $\psi(O) = A$

ssi $t_{\vec{u}} o S_{(OA)}(O) = A$

ssi $t_{\vec{u}}(O) = A$

ssi $\vec{OA} = \vec{u}$.

Ex 2

d) On a $g\circ g(A) = g(I) = t_{\overrightarrow{AI}} \circ R_{(A,\pi/3)}(I) = E$.

Soit ω le centre de g. On a $g\circ g = S_{\omega}$

donc φ est la symétrie glissante d'axe (OA) et de vecteur $(\overrightarrow{OA})$.

4) On a $t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(AB)} = t_{\overrightarrow{BA}} \circ t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{(AB)}$

$= t_{\overrightarrow{BA}} \circ S_{(OI)} \circ S_{(AB)} \circ S_{(AB)}$

$= t_{\overrightarrow{BA}} \circ S_{(OI)}$.

Comme $\overrightarrow{BA}$ est un vecteur directeur de (OI).

alors f est la symétrie glissante d'axe (OI) et de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

Ex 2

1) a) On a $I = A * D$

ssi $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\cdot 2\overrightarrow{AB}$

ssi $ID = AB$

et $AB \neq 0$.

donc il existe un unique anti déplacement f tel que $f(A) = I$

$f(B) = D$.

b) Comme $f(A) = I$

$f(B) = D$

et $med[AI] \neq med[BD]$

f n'est pas une symétrie axiale.

alors f est une symétrie glissante

2) a)

ABI rectangle isocèle direct en A.

Donc $f(ABC) = IDf(I)$ est un triangle rectangle, isocèle Indirect (f antidéplacement) en I.

or IDK isocèle rectangle indirect en I.

donc $f(I) = K$.

et $g\circ g(A) = E$ donc $S_{\omega}(A) = E$ ssi $\omega = A * G$

4) $g(A) = I$ ssi $z_I = i z_A + b$.

ssi $z_I = i = b$.

d'où

b) Soit $\vec{u}$ son vecteur et Δ son axe.

On a $f\circ f(A) = f(I) = K = t_{2\vec{u}}(A)$.

donc $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AK}$.

or $f(A) = I$ donc $J = A * I \in \Delta$.

$f(B) = D$ donc $O = B * D \in \Delta$.

d'où f est la symétrie glissante d'axe (OJ) et de vecteur $(\frac{1}{2}\overrightarrow{AK})$

$$f = S_{(OJ)} \circ t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{AK}}$$

c) On a $t_{\overrightarrow{AK}}(I) = C$

ssi $f\circ f(I) = C$; $f(I) = K$

ssi $f(K) = C$.

On a $I = A * D$

ssi $f(I) = f(A) * f(D)$

ssi $K = I * f(D)$

ssi $f(D) = D'$.

3) a) $g = f \circ S_{(AB)}$.

On a $g(A) = f\circ S_{(AB)}(A) = f(A)$

$g(A) = I$.

$g(B) = f\circ S_{(AB)}(B) = f(B)$.

$g(B) = D$.

b) g est la composée de deux antidéplacements donc g est un déplacement d'angle θ.

On a $g(A) = I$, $g(B) = D$; $\theta \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ID}})\ [2\pi]$

$\equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

c) $t_{\overrightarrow{AI}} \circ R_{(A,\pi/3)}$ est un déplacement d'angle $\frac{\pi}{2}$.

On a $t_{\overrightarrow{AI}} \circ R_{(A,\frac{\pi}{2})}(A) = t_{\overrightarrow{AI}}(A) = I$

et $t_{\overrightarrow{AI}} \circ R_{(A,\pi/3)}$ ...