Lycée Pilote de Sfax A/S 2020-2021	Série N°21 Fonction racine $n^{ème}$	Mr: Mourad EL arbi $4^{ème}$ Math

1 Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=\sqrt[3]{x}-x$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter le résultat graphiquement.
② Dresser le tableau de variation de f.
③ Etudier la nature de la branche infinie de C_f.
④ Déterminer les points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.
⑤ Tracer la courbe C_f.
⑥ Soit g la restriction de f à $\left[\frac{\sqrt{3}}{9},+\infty\right[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $\left[\frac{\sqrt{3}}{9},+\infty\right[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe de la fonction réciproque g^{-1}.

2 Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=2\sqrt[4]{x}+\frac{1}{x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① Dresser le tableau de variation de f.
② Etudier la nature de chacune des branches infinies de C_f.
③ Tracer la courbe C_f.

3 Soit la fonction $f : x \mapsto \sqrt[3]{x^2+2x-3}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① Déterminer l'ensemble de définition de f.
② Montrer que la droite $\Delta : x=-1$ est un axe de symétrie pour C_f.
③ a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1. Interpréter le résultat graphiquement.
b) Dresser le tableau de variation de f sur $[1,+\infty[$.
④ Déterminer la nature de la branche infinie de C_f en $+\infty$.
⑤ Construire C_f.

4 Soit la fonction f définie sur $[-1,0]$ par $f(x)=\sqrt[3]{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$.

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① a) Etudier la dérivabilité de f à droite en -1 et interpréter le résultat graphiquement.
b) Dresser le tableau de variation de f et tracer C_f.
② Montrer que f réalise une bijection de $[-1,0]$ sur un intervalle J à préciser.
③ Tracer la courbe de $C_{f^{-1}}$.
④ a) f^{-1} est-elle dérivable à droite en 0 ?
b) f^{-1} est-elle dérivable à gauche en 1 ?
⑤ Montrer que f^{-1} est déri… $x \in]0,1[$.