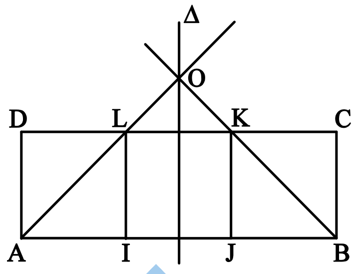
Lycée Pilote de Sfax A/S 2020-2021	Série N°18 Déplacements et antidéplacements	Mr : Mourad EL arbi $4^{ème}$ Math

1 Dans la figure ci-contre, les quadrilatères AILD , IJKL et JBCK sont des carrés directs.
La droite (AL) coupe (BK) en O.



① a) Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme A en B et L en K.

b) Caractériser f.

c) Déterminer l'image du segment $[DI]$ par f.

d) En déduire les images des points D et I par f.

② a) Montrer qu'il existe un seul antidéplacement g qui transforme A en B et L en K.

b) Caractériser g.

c) Déterminer les images des points D et I par g.

③ a) Caractériser $f \circ g$.

b) Caractériser $g \circ f$.

2 Le plan est orienté dans le sens direct. Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre $[BC]$.

Soit A le point de $\mathscr{C}$ tel que $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

La médiatrice du segment $[AC]$ coupe $\mathscr{C}$ en deux points I et J (I est le point de l'arc $[\widehat{AC}]$ contenant B). On désigne par H et K les milieux respectifs des segments $[OB]$ et $[AC]$

I/ ① Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme A en C et B en O.

② Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

II/ Soit R_1 la rotation de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et R_2 la rotation de centre J et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$.

Soit $g = R_1 \circ R_2$.

① Déterminer $R_2(C)$.

② Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g.

③ Construire le point J' image du point J par la rotation R_1.

④ En déduire que le point C est le milieu du segment $[JJ']$.

III/ Soit $h = R_1 \circ S_{(AB)}$.

① Déterminer $h(A)$.

② Soit I' le symétrique de I par rapport à (AB).

a) Montrer que le triangle IAI' est équilatéral direct.

b) Déterminer alors $h(I)$.

③ Montrer que h est une sym le vecteur et l'axe.

3 Le plan est orienté dans le sens direct. Dans l'annexe ABC est un triangle rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{8}\,[2\pi]$. Le point O est le milieu du segment $[BC]$.

① On désigne par I le barycentre des points pondérés $(A, \sqrt{2})$ et $(B, 1)$.

a) Montrer que $AI = AC$. $\left(\text{On donne } \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1\right)$.

b) Construire le point I.

② a) Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui envoie I sur B et C sur I.

b) Montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle.

c) Construire le centre Ω de f.

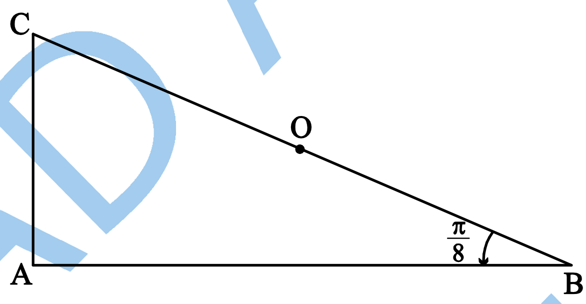
d) Montrer que Ω appartient au cercle circonscrit au triangle ABC noté $\mathscr{C}$.

③ La parallèle à la droite (AC) passant par Ω recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en un point F.

a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega F}}\right) \equiv \frac{\pi}{4}\,[2\pi]$.

b) Montrer que les points C , I et F sont alignés.

c) En déduire que $f(A) = F$.



④ Soit $g = f \circ S_{(AC)}$.

a) Déterminer $g(A)$ et $g(C)$.

b) Montrer que g est une symétrie glissante.

c) Construire l'axe Δ de g.

d) Montrer que $S_{\Delta}(A) = O$.

e) En déduire la forme réduite de g.