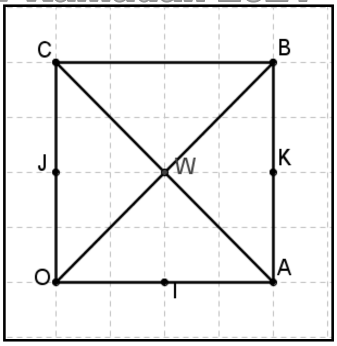

Exercice 1

Cocher la ou les bonnes réponses avec justification .

1. Soit f = $S_{(AC)}$ o $S_{(BO)}$.

a. $f = R(O,\frac{\pi}{2})$ b. $f = S_A$ c. $f = S_W$

2. g = $t_{\overrightarrow{IK}}$ o $S_{(OB)}$

a. g n'a pas de point fixe.. b. g((OB))= (OB) c. g((OB))= la médiatrice de segment $[WB]$

3. h = $S_{(AC)}$ o $S_{(BO)}$ o $S_{(AB)}$ o$S_{(BO)}$

a. $h^{-1} = S_{(BO)}$o $S_{(AB)}$o $S_{(AC)}$o$S_{(BO)}$ b. $h = R(C,\frac{-5\pi}{4})$ c. S_Wo$h = S_{(AB)}$o$S_{(BO)}$

4. f_1 est une isométrie qui laisse le carré OABC globalement invariant

a. f_1 transforme [AC] en [AB] b. f_1 fixe la point W c. f_1 est unique

Exercice 2

Dans le plan orienté on considère un losange ABCD tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$,

E le symétrique de A par rapport à B

1. Soit f l'isométrie du plan P dans lui-même définie par .f(A)=B, f(B)=D et f(D)= C

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AB'})$

a. Justifier l'unicité de f .

b. Montrer que f est un antidéplacement .

2 On admet que l'expression complexe de f dans le repère R est : f(M(z))=M'(z') tel que z' = $a\bar{z}+b$

.a. Vérifier que dans ce repère le point D a pour affixe $z_D = e^{i\frac{\pi}{3}}$ et que $z_C = 1+e^{i\frac{\pi}{3}}$

b. En utilisant f(A)=B et f(B)=D , montrer que $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z}+1$

c. Sans calcul , déterminer l'ensemble des point M(z) tel que $\left|e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z}+1\right| = 1$

3. Soit l'isométrie g du P dans le plan qui au point M(z) associe le point M'(z') tel que z'= $e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z}+1-e^{i\frac{2\pi}{3}}$

Déterminer g(B) et g(C) ;déduire la nature de g

4. Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$,écrire l'expression complexe de t puis de go t et vérifier que f= go t

5. Déterminer l'affixe du point F=f(E) et montrer en utilisant les affixes que les points D,B et F sont alignés et les droites (CB) et (CF) sont perpendiculaires. Construire le point F.

Exercice 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

On considère l'application f du plan qui à tout point M distinct de I et d'affixe z,

on associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = \frac{-1+z}{1-\bar{z}}$

1. Soit z un complexe différent de 1. Montrer que $|z'| = 1$

2. Soient A et B deux points distincts de I d'affixes respectifs a et b et tels que f(A) = f(B)

Montrer que $(a-1)(1-\bar{b}) = (b-1)(1-\bar{a})$ déduire que A , B et I sont alignés .

3. a. Soit $\alpha \in]0,2\pi[$, montrer que $f(e^{i\alpha}) = e^{i\alpha}$,

b. En déduire l'image du cercle d... par f

4.a. Déterminer l'ensemble (D) des points M privé de I tel que f(M) = I

b. Montrer que si $M \notin (D)$ alors f(M) = f(M') .

c. En déduire la construction du point M' connaissant M.

Exercice4

1/ Pour tout entier naturel non nul , déterminer le reste de : $3^{5n-2}+2^{10n-7}$ modulo 11.

2/**a.** Déterminer suivant l'entier naturel n le reste modulo 10 de 2^n .

b. Déduire le chiffre d'unité de $2022^{2023^{2021}}$

3/**a.** Déterminer suivant l'entier naturel n le reste modulo 100 de 7^n .

b. On pose $A = 7^{7^{7^7}}$, donner les deux derniers chiffres de A.

c. On pose $S = 1+7+7^2+7^3+........+7^{102}$

Montrer que les deux derniers chiffres de S sont formés par le nombre 57.

Exercice5

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=(1+\frac{1}{x})e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x\in]0,+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$

(C) la courbe de f dans un repère orthonormé du plan .

1. a. Montrer que f est continue à droite en 0 .

b. Montrer que : $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, interpréter graphiquement les deux limites.

c. Etablir le tableau de variation de f sur $[0,+\infty[$.

2. a. Soit A le point de la courbe de f d'abscisse 1 et (T) la tangente en A

Montrer que l'équation réduite de (T) est $y=e^{-1}(x+1)$

b. Sur l'annexe , on a tracé la courbe d'équation y= e^{-x} , placer le point A puis tracer soigneusement la tangente (T) et la courbe (C) de f sur le même graphique .

3. soit F la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $F(x)=\int_x^1 f(t)dt$

a. Montrer que F est continue sur $[0,+\infty[$

b. Montrer que pour tout x > 0 , $\int_x^1 e^{-\frac{1}{t}}dt = e^{-1} - xe^{-\frac{1}{x}} - \int_x^1 \frac{1}{t}e^{-\frac{1}{t}}dt$

c. En déduire l'expression de F(x) sur $]0,+\infty[$, déterminer alors F(0).

d. Calculer l'aire du domaine limité par les droites d'équations : x=0 , x=2 , y=0 et la courbe de f

4. a. Pour tout entier naturel non nul n , montrer qu'il existe un seul réel α_n >0 tel que $f(\alpha_n)=e^{-\frac{1}{n}}$

b. Montrer que : $1-\alpha_n\ln(1+\frac{1}{\alpha_n})=\frac{\alpha_n}{n}$.

c. Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n=+\infty$

en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\alpha_n}{n}$.