❄ Probabilités ❄
❄ Série N°1 ❄

❄ Bac Maths ❄ Lycée pilote Bourguiba ❄ 2021/2022 ❄

Prof : ✍ Masmoudi Radhouane ✍

Exercice 1 :

Une urne contient $\begin{cases} 4 \text{ boules blanches numérotées } -1,-1,0,0 \\ 5 \text{ boules rouges numérotées } 1,1,0,0,2 \end{cases}$

1) On tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne. Calculer la probabilité des évènements :
A < obtenir un produit nul des 4 numéros obtenus >.
B < obtenir une somme égale à 2 des 4 numéros obtenus >.
C < le plus grand nombre égale à 1 >.
$D = A \cup B$.
2) On tire successivement et sans remise trois boules.
a) Calculer la probabilité des évènements :
D < obtenir trois boules de deux couleurs >.
E < obtenir une somme égale à 0 des trois numéros >.
b) Calculer $p(D \cap E)$
3) On tire successivement trois boules de la manière suivante : si la boule tirée est blanche on la remet dans l'urne sinon on la garde à l'extérieur et on tire une autre boule et ainsi de suite.
Calculer la probabilité G < obtenir au plus une boule rouge >.

Exercice 2 :

Dans un laboratoire on dispose de dix souris dont cinq sont mâles et cinq sont femelles. Parmi les souris mâles il y a trois blancs et deux gris et parmi les souris femelles il y a deux blanches et trois grises.
1) Une épreuve consiste, pour une expérience donnée, de choisir au hasard et simultanément trois souris qu'on met dans une cage
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : < les souris choisies sont de même couleur >.
B : < les souris choisies sont de même sexe >.
$A \cup B$.
C : < parmi les souris choisies il ya une seule souris femelle et une seule souris grise >.
D : < les souris choisies sont de sexes différents >.
2) Une autre épreuve consiste à lâcher les dix souris dans un couloir aboutissant à trois cages blanche, grise et rouge.
On suppose que chaque souris rentre obligatoirement dans l'une des trois cages et que chaque cage peut contenir les dix souris.
a) Soit Ω l'univers associé à cette épreuve. Calculer card Ω.
b) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
E : < les souris choisissent les cages ayant la même couleur que celle de leurs peaux >
F : < une seule cage est vide >
G : < aucune cage est vide >

Exercice 3 :

Une urne contient dix boules : 6 boules rouges numérotées : 1,1,2,2,3 et 4.
et 4 boules blanches numérotées : 2,3,3 et 4.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables
I/ On tire simultanément trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des évènements :

A : < Obtenir au moins une boule blanche >.
B : < Obtenir trois boules portantes des numéros de même parité >.
$C = A \cup B$.
D : < La somme des numéros inscrits sur les boules tirées est inférieur strictement à 10 >.
II/ On tire successivement avec remise 4 boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
E : < Avoir exactement deux boules portantes le numéro 1 >.

F : < Avoir une boule rouge au premier tirage >.
III/ Soit n un entier naturel tel que $n \geqslant 2$.
On effectue n tirages successives d'une boule avec remise. Soit A_n l'évènement :
< Obtenir au cours de ces tirages deux boules rouges uniquement aux deux premiers tirages >.
On désigne par p_n la probabilité de A_n.

1) Montrer que pour tout $n \geqslant 2$, on a : $P_n = \dfrac{9}{10}\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$

2) Exprimer en fonction de $n \geqslant 2$ la somme $S_n = \sum_{k=2}^{n} P_k$.

Exercice 4 :

Un élève effectue un sondage dans sa classe (qui comprend 40 élèves). Les 40 élèves ont répondu par oui ou non aux trois questions:
<< Aimez-vous les mathématiques? >>, << Aimez-vous la philosophie? >> et << Aimez-vous les sports >>.
La première question a obtenu 31 << oui >>.
La deuxième question a obtenu un << oui >>.
La troisième question a obtenu 9 << oui >>.
Un supplément d'enquête a donné les résultats suivants :
Un élève aime seulement la philosophie.
Trois élèves aiment seulement le sport.
25 élèves aiment seulement les mathématiques.
On interroge un élève au hasard : quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :
A: " L'élève interrogé aime à la fois les trois matières "
B: " L'élève interrogé aime les mathématiques et n'aime pas les sports"
C: " L'élève interrogé n'aime ni la philosophie ni les mathématiques "
D: " L'élève interrogé n'aime aucune matière "
E: " L'élève interrogé aime au moins une matière "

Exercice 5 :

Une usine fabrique des appareils électroniques dans deux ateliers A et B. L'atelier A assure 60% de la production et l'atelier B assure 40%. D'autre part 5% des appareils fabriqués dans A et 10% de ceux fabriqués dans B sont de deuxième choix, les autres du premier choix.

1) Dans un lot d'appareils fabriqués dans l'usine on choisit au hasard un appareil.
   Calculer la probabilité des évènements suivants :
   E : " L'appareil choisi est de deuxième choix ".
   F : " L'appareil choisi est fabriqué dans B sachant qu'il est du premier choix ".
   G : " L'appareil de premier choix ou fabriqué dans A ".
2) Dans un lot contenant 6 appareils fabriqués dans A et 4 dans B, on choisit au hasard successivement et avec remise 5 appareils. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   H : " Avoir exactement 3 appareils fabriqués dans A ".
   K : " Avoir au plus 4 appareils fabriqués dans A ".

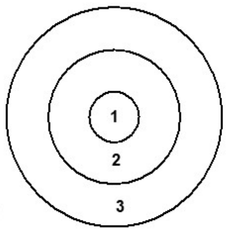
Exercice 6 :

Un artisan est contacté à domicile par ses clients sur appel téléphonique et dispose d'un répondeur. Quand l'artisan est absent il branche systématiquement son répondeur. Quand il est présent il le branche une fois sur trois. Quand un client téléphone, il a 4 chances sur 5 d'obtenir le répondeur et une chance sur 5 d'obtenir l'artisan.

Un client téléphone à l'artisan. On note R l'évènement : " Le client obtient le répondeur" et A : " L'artisan est présent".

1) Déterminer $p(R/A)$ et $p(R/\bar{A})$.
2) Montrer que $p(A)=\dfrac{3}{10}$.
3) Un client téléphone et il obtient le répondeur. Déterminer la probabilité que l'artisan soit présent.
4) Un client téléphone 5 jours successifs d'une manière indépendante. Déterminer la probabilité de chacun des évènements :
   E : " L'artisan est présent uniquement deux jours".
   F : " L'artisan est présent la première fois le 3° jours".

Exercice 7 :



1) Un joueur lance une fléchette sur la cible ci-contre. La probabilité d'atteindre une case est proportionnelle au numéro y inscrit. On note p_k la probabilité d'atteindre la case numérotée k où $k \in \{1\,;2\,;3\}$. Calculer p_1, p_2 et p_3.
2) Le joueur lance une fléchette puis il jette un dé parfait autant de fois que le numéro obtenu sur la cible.
   a) Soit l'évènement A : "obtenir des numéros lors du jet du dé identiques au numéro de la case atteinte". Montrer que $p(A)=\dfrac{17}{432}$.
   b) Calculer la probabilité d'avoir atteindre la case numérotée 3, sachant qu'on a obtenu des numéros identiques, lors du jet du dé, à celui de la case atteinte.
3) On répète l'épreuve précédente n fois de suites où $n \geqslant 5$.
   a) Calculer la probabilité des événements suivants :
      E: "L'évènement A est réalisé exactement 3 fois".
      F: "L'évènement A est réalisé uniquement aux trois premières épreuves".
      G: "L'évènement A est réalisé au moins une fois".
   b) Déterminer les valeurs de n pour que $p(G) \geqslant 0{,}99$.

Exercice 8 :

Un jardinier dispose de deux lots (1) et (2) contenant chacun de très nombreux bulbes donnant des tulipes de couleurs variées.

La probabilité pour qu'un bulbe du lot (1) donne une tulipe jaune est $\dfrac{1}{4}$ et celle pour qu'un bulbe du lot (2) donne une tulipe jaune est $\dfrac{1}{2}$.

1) Le jardinier choisit au hasard un lot et plante deux bulbes. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : "les deux tulipes obtenus sont jaunes".
B : "obtenir un seul tulipe jaune".
C : "choisir le lot (2) sachant qu'on a obtenu un seul tulipe jaune".

2) Dans cette question, le jardinier choisit au hasard un lot et plante 20 bulbes. Pour tout entier n tel que $0 \leqslant n \leqslant 20$, on note J_n l'évènement : "obtenir n tulipes jaunes" et L : "choisir le lot (1)".
   a) Calculer $p\left(J_n\right)$.
   b) Montrer que $p(L/J_n) = \dfrac{3^{20-n}}{3^{20-n}+2^{20}}$.
   c) Déterminer les valeurs de n pour que $p(L/J_n) \geqslant 0{,}9$.

Exercice 9 :

Un joueur pratique un jeu au cours duquel il est amené à faire successivement plusieurs parties. La probabilité de perdre la première partie est 0,2. On admet que si le joueur gagne une partie alors il perd la suivante avec une probabilité de 0,05 et s'il perd une partie alors il perd la suivante avec une probabilité de 0,1. On note l'évènement E_n : " le joueur perd la $n^{ième}$ partie" et p_n la probabilité de E_n. ($n \in \mathbb{N}^*$).

1) Montrer que $p_2 = 0{,}06$.
2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $p_{n+1} = 0{,}05p_n + 0{,}05$.
3) Déterminer le réel a pour que la suite $u_n = p_n + a$ soit géométrique.
4) Déterminer le plus petit entier n tel que $p_n < 0{,}0527$.

Exercice 10 :

Ali débute au jeu de fléchettes. Il effectue des lancers successifs d'une fléchette. Lorsqu'il atteint la cible à un lancer la probabilité qu'il atteigne la cible au lancer suivant est égale à $\dfrac{1}{3}$. Lorsqu'il manque la cible à un lancer la probabilité qu'il manque la cible au lancer suivant est égale à $\dfrac{4}{5}$. On suppose qu'au premier lancer il a autant de chance d'atteindre la cible que de la manquer. Pour $n \in \mathbb{N}^{\times}$, on pose A_n : "Ali atteint la cible au $n^{ième}$ coup " et $p_n = p(A_n)$.

1) Montrer que $p_2 = \dfrac{4}{15}$.
2) Montrer que pour $n \geqslant 2$, $p_n = \dfrac{2}{15} p_{n-1} + \dfrac{1}{5}$.
3) Pour $n \geqslant 1$, on pose $u_n = p_n - \dfrac{3}{13}$. Montrer que u est géométrique puis déterminer la limite de la suite $(p_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

Masmoudi
Radhouane