La probabilité de réussir la mise sur orbite d'une fusée est d'une chance sur un million.
Dépêchons-nous de rater 999.999 lancements ! **Jacques Rouxel** 2015/2016

Exercice 1:

1)Un questionnaire à choix multiples (QCM) comporte quatre questions. Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Un candidat répond au hasard à chacune des quatre questions.

La probabilité pour que ces quatre réponses soient toutes exactes est :

$a)\ \frac{1}{3}$ $\qquad b)\ \frac{1}{3^4}$ $\qquad c)\ 1-\left(\frac{2}{3}\right)^4$

2)

1) A et B sont deux évènements d'un univers tels que:
P(A)=0, 4 ; P(B) = 0, 3 et P(A∩B) = 0, 2 Alors

a) $P(A \cap \overline{B}) = 0,1$ **b)** $P(A \cap \overline{B}) = 0,2$ **c)** $P(A \cap \overline{B}) = 0,4$

3)

Soit Ω un univers, p une probabilité définie sur $\mathscr{P}(\Omega)$ et E et F deux événements tels que $p(F)=\frac{1}{3}$ et $p(E/F)=\frac{1}{4}$.

$p(\overline{E} \cap F)$ est égal à

a) $\frac{1}{2}$ $\qquad$ b) $\frac{1}{4}$ $\qquad$ c) $\frac{1}{12}$.

Exercice 2:

Une entreprise fabrique des appareils électroniques. La probabilité pour qu'un appareil ainsi fabriqué fonctionne parfaitement est $\frac{9}{10}$.

On fait subir à chaque appareil un test avant sa livraison on constate que:

- Quand un appareil est en parfait état de fonctionnement il est toujours accepté
- Quand un appareil n'est pas en parfait état de fonctionnement il peut être accepté avec une probabilité de $\frac{1}{11}$.

On note " T :l'événement l'appareil est accepté à l'issue de test" . Calculer p (T) et p (F/T).
F :L' appareil fonctionne parfaitement

Exercice 3 :(SC INF TN2009)

Une entreprise fabrique des calculatrices.
Un contrôle de qualité a montré que chaque calculatrice fabriquée par cette entreprise pouvait présenter deux types de défauts indépendants a et b. Une calculatrice est défectueuse si elle présente l'un des deux défauts.
On considère les deux évènements suivants :
A : Une calculatrice fabriquée présente le défaut a.
B : Une calculatrice fabriquée présente le défaut b.
On suppose que p(A)=0,01 et p(B)=0,03

1)a)Calculer $p(A \cap B)$

b) Déduire que la probabilité pour qu'une calculatrice soit défectueuse est 0,0397

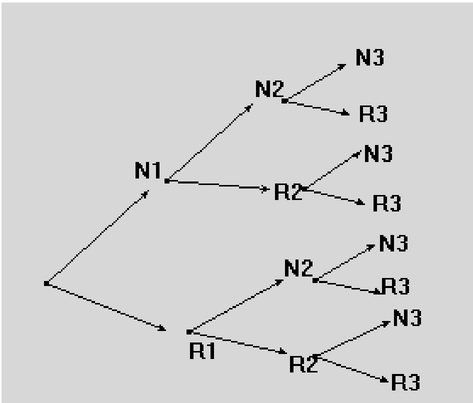
2) Une librairie passe une commande de 20 calculatrices.
Calculer la probabilité que deux calculatrices dans cette commande soient défectueuses.

3)La librairie exige que sur une commande d'un nombre n de calculatrices, la probabilité d'avoir au moins une calculatrice défectueuse reste inférieur à 50%. Déterminer le nombre maximum de calculatrices qu'elle peut commander.

Exercice 4 :

On considère trois urnes U_1, U_2 et U_3 :
U_1 :Contient 2boules noires et 3 rouges :
U_2 :Contient 1boules noires et 4 rouges :
U_3 :Contient 3 boules noires et 4 rouges :
Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de U1 et une boule de U_2, à les mettre dans U_3, puis à tirer au hasard une boule de U_3 :
Pour i prenant les valeurs 1, 2, et 3, on désigne par Ni(respectivement R_i) l'évènement : on tire une boule noire de l'urne U_i(respectivement on tire une boule rouge de l'urne U_i)

1)Reproduire et compléter l'arbre des probabilités suivants :



2)Calculer la probabilité des évènement suivants : $N_1 \cap N_2 \cap N_3$ et $N_1 \cap R_2 \cap N_3$

b)En déduire la probabilité de $N_1 \cap N_3$

c)Calculer de façon analogue $p(R_1 \cap N_3)$

3)Déduire $p(N_3)$

4)Les évènement N_1 et N_3 sont –ils indépendants

5) Sachant que la boule tirée dans U_3 est noire, quelle est la probabilité que la boule tirée de U_1 soit rouge

Exercice 5:

Une urne contient trois pièces équilibrées, deux d'entre elles sont normales, elles possèdent une face " Face " et une face " Pile ", la troisième est

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

truqué possède deux faces " Face ". On prend une pièce au hasard et on effectue de manière indépendante des lancers successifs de cette pièce. On considère les événements: A "la pièce prise est normale" , $\bar{A}$ "la pièce prise est truquée" , B" obtenir pile au premier lancer et En "obtenir face pour les n premiers lancers.

1) Calculer p (B).

2) Montrer que p (E_n) = $\frac{1}{3}(1+(\frac{1}{2})^{n-1})$

3) a- Sachant que l'on a obtenu face pour les n premiers lancers quelle est la probabilité d'avoir pris la pièce truquée. Quelle est la limite de cette probabilité.

Exercice 6 :

1)a)Soit p(B/A)=0.6 et p(A∩B)=0.3 calculer p(A)
b)Soit p(B)=0.7 et p(A/B)=0.2, calculer p(A∩B)
2)Soit p(A)=0.3 ; p(B)=0.7 et p(A∪B)=0.8
Calculer p(A∩B) puis p(A/B) et p(B/A)

Exercice 7:

A et B sont deux évènements tels que p(A)=0.4 et p(B)=0.3

a)Calculer p(A∩B) et p(A∪B) sachant que A et B sont indépendants

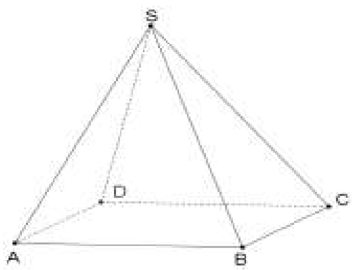
b)Calculer p(A∩B) et p(A∪B) sachant que A et B sont incompatibles.

Exercice 8:

A et B sont deux évènements tels que
p(A)=0.4 et p(B)=0.3 et p(A∪B)=0.58
A et B sont-ils indépendants

Exercice 9

Une fourmi se déplace de façon aléatoire sur les arêtes de la pyramide SABCD de sommet S. Depuis un sommet quelconque, elle se dirige au hasard (on suppose qu'il y a équiprobabilité) vers un sommet voisin. On dit qu'elle fait un pas.



La fourmi se trouve initialement au point A.

1.Après avoir fait deux pas, quelle est la probabilité qu'elle soit :• en A ? • en B ? • en C ? • en D ?

2. Pour tout entier naturel n strictement positif, on note Sn l'évènement :
la fourmi se trouve au sommet S après n pas, et pn la probabilité de cet évènement : pn =P(Sn)

(a) Que vaut p1 ?

(b) En remarquant que $S_{n+1} = S_{n+1} \cap \overline{S_n}$, montrer que $p_{n+1} = \frac{1}{3}(1-p_n)$

3. On considère la suite $(p_n)_{n\in IN^*}$ définies pour tout entier n strictement positif par :
$p_1=\frac{1}{3}$ et $p_{n+1} = \frac{1}{3}(1-p_n)$

(a) Démontrer par récurrence que, pout tout entier naturel n strictement positif, $p_n = \frac{1}{4}\left[1-(-\frac{1}{3})^n\right]$

(b) Déterminer $\lim p_n$

Exercice 10:

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher et répartis comme suit:
Quatre jetons blancs numérotés 1, 2, 2, 2.
Trois jetons noirs numérotés 1, 1, 2.

1°) On tire successivement et avec remise trois jetons du sac.

a- Calculer la probabilité d'avoir trois jetons blancs.
b- Calculer la probabilité pour que parmi les trois jetons tirés il y en ait deux seulement qui portent le numéro 1.

2°) On remet tous les jetons dans le sac et on tire de nouveau et successivement trois jetons de la manière suivante.

- Si le jeton tiré porte le numéro 2 , il est remis dans le sac.
- Si le jeton tiré porte le numéro 1, il n'est pas remis dans le sac.

a- Calculer la probabilité d'avoir trois jetons blancs.
b- Calculer la a probabilité pour que deux seulement des trois jetons portent le n°1(TN91)

Exercice 11

Deux éleveurs E_1 et E_2 produisent une race de poissons d'ornement qui ne prennent leur couleur définitive qu'à l'âge de trois mois:

• Pour les alevins du premier élevage, entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois, 10 % n'ont pas survécu, 75 % deviennent rouges et les 15 % restant deviennent gris.

• Pour les alevins du deuxième élevage, entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois, 5 % n'ont pas survécu, 65 % deviennent rouges et les 30 % restant deviennent gris.

Une animalerie achète les alevins, à l'âge de deux mois :
60 % au premier éleveur, 40 % au second.
On désigne par: S l'événement l'alevin a survécu jusqu'a l'âge de trois mois.
R l'événement l'alevin devient rouge.
G l'événement l'alevin devient gris.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

1) Etablir l'arbre de probabilité
2) Un enfant achète un poisson le lendemain de son arrivée à l'animalerie,
c'est à-dire à l'âge de deux mois.
a) Montrer que la probabilité que le poisson soit toujours vivant un mois
plus tard est de 0,92.
b)Déterminer la probabilité qu'un mois plus tard le poisson soit rouge.
c) Sachant que le poisson est gris à l'âge de trois mois, quelle est la probabilité
qu'il provienne du premier élevage ?

Exercice 12:

Trois dés cubique sont placés dans une urne.
Deux de ces dés sont normaux : leurs faces sont numérotées de 1 à 6. Le troisième est spécial : trois de ses faces numérotés 6,les trois autres sont numérotés 1
On tire simultanément deux dés et on les lance.
On note A l'événement : « les deux dés tirés sont normaux »
On note B l'évènement : « les deux faces supérieures portent le numéro 6 »
1)Calculer P (A) .
2)a)Calculer que P (B / A), puis P (A $\cap$ B)
b)Montrer que P(B) = $\frac{7}{108}$
3)Calculer P(A/ B).

Exercice 13

Une agence de voyages propose exclusivement trois destinations :
la destination A, la destination G et la destination M.
50 % des clients choisissent la destination A ,30 % des clients choisissent la destination G et 20 % des clients choisissent la destination M.
Au retour de leur voyage, tous les clients de l'agence répondent à une enquête de satisfaction.
Le dépouillement des réponses à ce questionnaire permet de dire que 90 % des clients ayant choisi la destination M sont satisfaits, de même que 80 % des clients ayant choisi la destination G.
On prélève au hasard un questionnaire dans la pile des questionnaires recueillis.
On note les événements :
A : « Le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination A »
G : « Le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination G »
M : « Le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination M »
S : « le questionnaire est celui d'un client satisfait » :
$\overline{S}$ « le questionnaire est celui d'un client insatisfait »
1) Traduire les données de l'énoncé sur un arbre de probabilité.
2) a)Calculer les probabilités $p(G\cap S)$ et $p(M\cap S)$.
b) L'enquête montre que 72 % des clients de l'agence sont satisfaits. calculer $p(A\cap S)$.
c) En déduire $p_A(S)$, probabilité de l'événement S sachant que l'événement A est réalisé.
3) Le questionnaire prélevé est celui d'un client qui est satisfait.
Le client a omis de préciser quelle destination il avait choisie. Déterminer la probabilité qu'il ait choisi la destination G.

Exercice 14:

Un patineur participe à une compétition.
Deux de ses saut l'inquiètent.
Il ne réussit le premier saut que dans 95% des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10; sinon, si tout va bien au premier saut, il réussit le deuxième dans 90% des cas. On notera $\overline{A}$ l'événement contraire d'un événement A.
Soit R1 l'événement : "le patineur réussit le premier saut ".
Soit R2 l'événement : "le patineur réussit le deuxième saut".
1) a) Calculez la probabilité de l'événement R_1.
b) Calculez la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 est réalisé.
c) Calculez la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 n'est pas réalisé.
2) Déterminez la probabilité de l'événement :
"le patineur réussit les deux sauts".
3) a) Calculez la probabilité de l'événement R_2.
b) Un spectateur, arrivé en retard, voit le patineur réussir le deuxième saut.
Calculez la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier saut.
4. Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point.
Le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.
Soit X la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur
lors de la compétition.
a: Déterminez la loi de probabilité de X.
b: Calculer l'espérance mathématique de X.
Quelle interprétation peut-on en faire?

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Exercice :15

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher dont quatre sont blanches numérotées 0,0,1,2 et cinq sont rouges numérotés 0,0,1,1,2.
Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard deux boules de l'urne.
1)a)Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A ;Les deux boules tirées sont de même couleur.
B :les deux boules tirées portent le même numéro.
b)Sachant que les deux boules tirées sont de même couleur, quelle est la probabilité pour qu'elles portent le même numéro ?
2)Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur le produit des numéros marqués sur les deux boules tirées. On désigne par E l'évènement $X\neq0$, calculer p(E)
On répète l'épreuve précédente cinq fois de suite en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans l'urne. Calculer la probabilité p pour que l'événement $X = 0$ soit réalisé au moins une fois.

Exercice 16: **TN2001**

Une urne contient 4 boules rouges et 6 noires.
1)On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement : la première boule tirée est noire et les deux autres boules tirées sont rouges.
2)On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement : la première boule tirée est noire et les deux autres boules tirées sont rouges
3)Soit E l'épreuve qui consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne ;
On désigne par A l'évènement :Obtenir une boule noire et deux boules rouges.
a)Montrer que p(A)= $\frac{3}{10}$
b)On répète l'épreuve E cinq fois en remettant les trois boules dans l'urne après chaque épreuve et on désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de fois où l'évènement A est réalisé. Déterminer la loi de X.
c)Calculer la probabilité de l'évènement : $1 < X \leq 3$.

Exercice 17:

Une urne contient cinq boules blanches, deux boules rouges et trois boules vertes indiscernables au toucher.
1°)On tire simultanément trois boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A :Obtenir trois boules de même couleur.
B :Obtenir au moins une boule rouge.
2°)On effectue maintenant un tirage successif de deux boules de la manière suivante :
On tire une première boule :
*Si elle est blanche, on la remet dans l'urne et on effectue le deuxième tirage.
*Si elle n'est pas blanche, on la garde à l'extérieur de l'urne et on effectue le $2^{éme}$ tirage.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout résultat, associe le nombre de boules rouges.
Déterminer la loi de X et calculer E(X).

Exercice 18:

Une urne contient deux boules blanches et 2 boules rouges On tire successivement et sans remise les quatre boules .
Soit X l'aléa numérique qui désigne le rang de la deuxième boule rouge tirée.
1°) Déterminer la loi de X .
2°) Calculer l'espérance et l'écart type de X.
3°) Définir la fonction de répartition de X
4°) On répète l'épreuve précèdent quatre fois de suite et on désigne par Y l'aléa numérique qui désigne le nombre de fois d'avoir
(X = 3). Déterminer la loi de Y

Exercice 19:

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher et répartis comme suit:
Quatre jetons blancs numérotés 1, 2, 2, 2.
Trois jetons rouges numérotés 1, 1, 2.
1°) On tire au hasard et simultanément 3 jetons.
Calculer la probabilité d'avoir au moins un jeton rouge.
Calculer la probabilité d'avoir des jetons portant des numéros distincts.
Calculer la probabilité d'avoir des jetons portant des numéros distincts sachant qu'ils sont blancs.
2°) On tire au hasard et successivement et avec remise 3 jetons. Soit X l'aléa numérique associant le nombre de jeton rouges obtenus.
a- Calculer la loi de X et l'écart type de X.
b - Calculer $p(1 \leq X < 3)$.
3°) On effectue n tirages successives avec remise de n jetons , soit p_n la probabilité d'avoir au moins un jeton rouge . Déterminer la plus petite valeur de n pour que l'on ait $p_n \geq 0.84$.

Exercice 20:

Un sac contient 4 boules blanches et 2 boules noires. On tire successivement et avec remise deux boules.
1°) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule fois une boule noire.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

2°) $n \in \mathbb{N}^*$; on tire successivement et avec remise une boule n fois (les tirages successifs sont numérotés de 1 à n).
Soit X l'aléa numérique définie par :
X prend 0 si on tire que de boules blanches
X prend x_i le rang du 1^{er} tirage donnant une noire.
a- Calculer p (X=0) ,
b - Calculer $p_k = p(X = k)$, $k \in]0, n]$
c-Calculer $S_n = p_1 + p_2 + .. + p_n$. Et donner $\lim S_n$.

Exercice 21:

Une boite B1 contient 3 jetons numérotés: 0, 0, 2,
Une boite B2 contient 4 jetons numérotés: 1,1, 3, 4.
1°) On tire au hasard un jeton de chaque boite et on désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur le produit des nombres inscrits sur les deux jetons tirés. Déterminer la loi de X.
2°) On effectue trois fois le tirage décrit à la question précédente, chaque jeton étant remis dans sa boite après chaque tirage.
Quelle est la probabilité d'obtenir:
a- Exactement deux fois un produit ≥ 4
b- Au plus une fois un produit supérieur à quatre?
3°) Une épreuve consiste à faire des tirages d'un jeton de la boite B1, en remettant chaque fois le jeton tiré. On désigne par p_n la probabilité de l'événement:" Obtenir le jeton 2 au nième tirage pour la première fois.
a- Calculer p_1, p_2, p_3 puis p_n.
b- Calculer $S_n = p_1 + p_2 + .. + p_n$ et $\lim S_n$.

Exercice 22:

Une urne contient une boule blanche, une boule rouge et trois boules noires toutes indiscernables au touches.
1)On tire une boule. Calculer la probabilité p_1 pour qu'il reste dans l'urne exactement deux couleurs.
2)On tire successivement et sans remise, deux boules ; Calculer la probabilité p_2 pour qu'il reste dans l'urne exactement deux couleurs.
3)On tire simultanément deux boules de l'urne.
On désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de couleurs qui restent dans l'urne ;
a)Déterminer la loi de probabilité de X.
b)Calculer E(X) **TN 2002**

Exercice 23:

Une urne contient quatre boules indiscernables au toucher. Deux boules sont blanches et portent respectivement les nombres 1 et 2, les deux autres boules sont noires et portent respectivement les nombres 1 et 2. Une épreuve consiste à tirer successivement deux boules de la manière suivante: On tire une boule

- Si elle est blanche, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule.
- Si elle est noire, on ne la remet pas dans l'urne et on tire une deuxième boule.

1°) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque épreuve , associe le nombre de fois où l'on obtient une boule blanche.
Donner la loi de probabilité de X.
Calculer son espérance mathématiques.
2°) Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque épreuve, associe le produit des nombres marqués sur les deux boules obtenues.
Donner la loi de Y. **TN 96**.

Exercice 24:

Dans chacun des cas suivants, préciser si la fonction proposée est ou n'est pas une densité de probabilité
a)f1 est définie sur [0,1] par $f1(t)=t^2$
b) f2 est définie sur [0,1] par $f2(t)=4t^3$.
c) f3 est définie sur [1,2] par $f3(t)= 4t^3$
d) f4 est définie sur [-1,0] par $f4(t)= 4t^3$
e) f5 est définie sur $[2,+\infty[$ par $f5(t)= \frac{2}{t^2}$

Exercice :25(SCTN 2009):

La durée de vie d'une machine (exprimé en année) suit une loi exponentielle de paramètre 0.2.
1)Calculer la probabilité qu'une machine ait une durée de vie comprise entre 2 et 4 ans.
2) Calculer la probabilité pour que la durée de vie d'une machine dépasse 2 ans
3)On considère un lot de 4 machines fonctionnant de manière indépendante.
Déterminer la probabilité que la durée de vie d'au moins une machine parmi les quatre dépasse 2 ans

Exercice 26:

1)a)Démontrer que la fonction $f(t)= 4t^3$ est la densité de probabilité définie sur [0 ; 1]
b)Calculer P([0.25 ; 0.75])
2)Soit P' une loi de probabilité sur [1 ; 10], de densité $g(t)=kt^{-2}$, où $k \in \mathbb{R}^*_+$
a)Déterminer la valeur du réel k, puis étudier et représenter graphiquement la fonction g sur [1, 10]
b)Calculer les probabilités P'([1 ;5]) et P'([5 ;10]) représenter graphiquement ces quantités sur la figure réalisée précédemment
Comparer les amplitudes et les probabilités des intervalles [1 ;5] et [5 ;10]

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Exercice 27 : (5 points)

Une équipe de football participe chaque année à deux tournois l'un concerne la coupe et l'autre concerne le championnat. La probabilité que cette équipe gagne le championnat est de 0,4. La probabilité que cette équipe gagne la coupe si elle a gagné le championnat est de 0,7 et celle que cette équipe gagne la coupe si elle n'a pas gagné le championnat est de 0,3.

On considère les événements suivants :

B : " L'équipe gagne le championnat "

C : " L'équipe gagne la coupe "

1) a) Donner un arbre pondéré qui illustre les données ci-dessus.

b) Montrer que la probabilité que cette équipe gagne le championnat et la coupe est 0,28.

c) Calculer la probabilité que cette équipe gagne la coupe.

2) La fédération de football consacre 200 milles dinars pour l'équipe qui remporte le championnat et 100 milles dinars pour l'équipe qui remporte la coupe.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le montant en milliers de dinars du gain (positif ou nul) de cette équipe.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Quel est le gain moyen de cette équipe ?

3) Cette équipe participe 5 années successives à ces deux tournois, le résultat de chaque année est indépendant des résultats des autres années.
Calculer la probabilité pour que cette équipe remporte au moins deux fois le doublé :
coupe et championnat.

Exercice 28 :(6 points)

Une personne débute un jeu dans lequel elle a autant de chances de gagner que de perdre la première partie.

On admet que, lorsqu'elle gagne une partie, la probabilité qu'elle gagne la suivante est de 0.6, alors que si elle perd une partie, la probabilité qu'elle perde la suivante est de 0.7.

Pour n entier naturel non nul, on note :

L'événement G_n : La personne gagne la nième partie :

L'évènement P_n : La personne perd la nième partie :

I/ 1) Préciser les valeurs des probabilités de G_1 et P_1.

2) Calculer la probabilité de G_2 et en déduire celle de P_2.

II/ Pour tout entier naturel n non nul, on pose :
$x_n = p(G_n)$ et $y_n = p(P_n)$.

1) Démontrer que pour tout entier naturel n non nul on a : $x_{n+1} = 0.6\, x_n + 0.3\, y_n$ et $y_{n+1} = 0.4\, x_n + 0.7\, y_n$.

2) Pour tout entier naturel non nul, on pose
$v_n = x_n + y_n$ et $w_n = 4x_n - 3y_n$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est constante.

b) Démontrer que la suite (w_n) est géométrique et exprimer w_n en fonction de n.

c) Déterminer pour tout n non nul, l'expression de x_n en fonction de n.

d) Etudier la convergence de (x_n).

3) On désigne par X la variable aléatoire qui associe le rang de la partie gagnée pour la première fois.

a) Déterminer
$p_1 = p(X = 1)$, $p_2 = p(X = 2)$ et $p_3 = p(X = 3)$

b) Expliciter $p_k = p(X = k)$ en fonction de k où $2 \leq k \leq n$.

c) Calculer la somme $S_n = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n$.

Exercice 29: (5 points)

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat.
Pour promouvoir la vente de ces tablettes,
il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente.
Parmi les tablettes gagnantes, 60% permettent de gagner une seule place de cinéma et 40% permettent de gagner deux places.
1) Un client achète une tablette. On considère les événements :

G « la tablette est gagnante »,

U « le client gagne une seule place de cinéma » .

D « le client gagne deux places de cinéma ».

a) Donner p(G), p (U/G) et p (D/G).

b) Montrer que p(U) = 0.3.

c) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de place gagnées.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

2) Un client achète une tablette de chocolat chaque jour. Pendant n jours, $n \geq 2$.
Soit p_n la probabilité de l'événement « le client gagne $2(n-1)$ places de cinéma ».

a) Montrer que $p_n = \frac{9n^2+11n}{8 .\ 5^n}$

b) Calculer la limite de p_n en $+\infty$.

3) Un autre client achète deux jours de suite une tablette de chocolat .
Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de places gagnées.

a) Déterminer la loi de Y.

b) Soit F la fonction de répartition associée à Y. Montrer que $F(\frac{2013}{2012}) = \frac{11}{20}$.

Exercice 30:

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la loi de durée de vie sans vieillissement (ou encore loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$)

1)Sachant que $P(X>10)=0.286$, montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} prés de λ est 0.125

On pose $\lambda=0.125$ dans la suite de l'exercice.

2)Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie ≤ à 6 mois

3)Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie ≥10 ans.

4)On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie ≥10ans.

5)Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de 10 ans soit supérieur à 0.999

Exercice 31:

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 0.25 au premier fournisseur et 0.75 au second.

La proportion de composants défectueux est de 0.03 chez le premier fournisseur et de 0.02 chez le second. On note :

D : l'événement :Le composant est défectueux

F1: l'événement :Le composant provient du premier fournisseur

F2:Le composant provient du premier fournisseur

1)a)Etablir un arbre pondéré.

b)Calculer $p(D\cap F_1)$, puis déduire que $p(D)=0.0225$

c)Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

2)Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

3)La durée de vie de l'un de ces composants est une variable aléatoire notée X qui suit une loi de durée de vie sans vieillissement ou loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$

a)Sachant que $P(X>5)=0.325$, déterminer λ.

On prendra $\lambda=0.225$ dans la suite.

b)Quelle est la probabilité qu'un composant dure moins de 8 ans ? plus de 8 ans ?

c)Quelle est la probabilité qu'un composant dure plus de 8 ans sachant qu'il a déjà duré plus de 3 ans ?

Exercice 32:

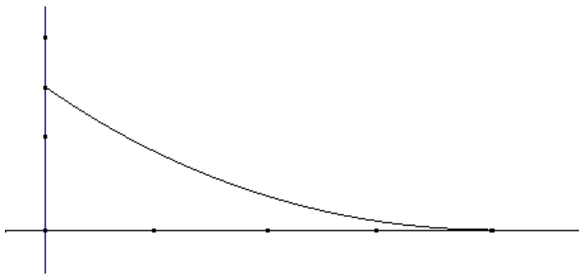
A)Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre λ,

on rappelle que $P(X \leq a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t}\, dt$

La courbe ci-dessous représente la fonction densité associée.

1)interpréter sur le graphique la probabilité $P(X\leq 1)$

2)Indiquer sur le graphique où se lit directement le paramètre λ.



B) On pose $\lambda=1.5$ dans la suite :

1) Calculer $P(X\leq 1)$ et $P(X\geq 2)$

2) Déduire $P(1\leq X\leq 2)$

4)Calculer $F(x)= \int_0^x 1.5\, te^{-1.5t}\, dt$, donner $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

On obtient ainsi l'espérance mathématique de X.

C)Une machine outil fabrique des cylindres. On mesure l'écart, en dixième de millimètres, entre la

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

diamètre des cylindres et la valeur de réglage de la machine.
On suppose que cet écart suit une loi exponentielle de paramètre λ=1.5
Si l'écart est inférieur à 1, le cylindre est accepté.
Si l'écart est compris entre 1 et 2, on procède à une rectification qui permet d'accepter le cylindre dans 0.8 des cas.
Si l'écart est supérieur à 2, le cylindre est refusé.
1)On prélève au hasard un cylindre dans la production.
a)Montrer que la probabilité qu'il soit accepté est égal à 0.915
b)Sachant qu'il est accepté, quelle est la probabilité qu'il ait subit une rectification.
2)On prélève de manière indépendante dix cylindres de la production. On suppose le nombre de cylindres suffisamment important pour assimiler ce tirage à un tirage successif avec remise.
a)Quelle est la probabilité que les dix cylindres soient acceptés ?
b)Quelle est la probabilité qu'an moins un cylindre soit refusé.

Exercice 33:

La durée de vie d'un robot, exprimé en années, jusqu'à ce survienne la première panne est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ>0. Ainsi la probabilité qu'un robot tombe en panne avant l'instant t est :

$$P(X\le t)= \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx$$

1)Déterminer λ pour que P(X>6)=0.3
Pour la suite on prendra λ=0.2
2)A quel instant t, à un mois prés, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est-elle de 0.5 ?
3)M que la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours de deux premières années est $e^{-0.4}$
4)Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours de deux premières années, quelle est à 10^{-2} prés la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans.
5) On considère un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante.
Déterminer la probabilité que dans ce lot il y ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.

Exercice 34:

Les résultats seront donnes avec une précision de 2 chiffres après la virgule.

La durée d'attente exprimée en minutes à chaque caisse d'un supermarché peut être modélisée par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre strictement positif λ
1) a) Déterminer une expression exacte de λ sachant que $P(T \le 10) = 0,7$
On prendra pour la suite de l'exercice, la valeur 0,12 comme valeur approchée de λ .
b) Déterminer la probabilité pour que la durée d'attente soit comprise entre 10 minutes et 15 minutes.
c) Sachant qu'un client a déjà attendu 10 minutes à une caisse, déterminer la probabilité que son attente totale ne dépasse pas 15 minutes.
2) On suppose que la durée d'attente à une caisse de ce supermarché est indépendante de celle des autres caisses. Actuellement 6 caisses sont ouvertes.
On désigne par Y la variable aléatoire qui représente le nombre de caisses pour lesquelles la durée d'attente est supérieure à 10 minutes.
a) Donner la de probabilité de Y.
b) Le gérant du supermarché ouvre des caisses supplémentaires si la durée d'attente à au moins 4 des 6 caisses est supérieure à 10 minutes.
Déterminer la probabilité d'ouverture de nouvelles caisses.

Exercice 35

Le service après-vente d'une entreprise, vendant une certaine marque de calculatrices, s'est aperçu que ces dernières pourraient présenter deux types de défaut, l'un lié au clavier, l'autre à l'affichage.
Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :
La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à 0,04.
En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est 0,03.
Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94.
On note C l'évènement : « la calculatrice présente un défaut de clavier »,
A l'évènement « la calculatrice présente un défaut d'affichage ».
Dans cet exercice, les résultats du calcul des probabilités seront arrondis au dix millième près.
1°) a) Déduire des énoncés de l'exercice les probabilités suivantes : $p(A|C)$, $p(\overline{A}\,|\,\overline{C})$ et $p(C)$.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2°) On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.

a) Calculer la probabilité que la calculatrice présente les deux défauts.

b) Calculer la probabilité que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.

c) En déduire p(A).

d) Montrer que la probabilité de l'évènement « la calculatrice ne présente aucun défaut » est 0,9024.

3°) Le prix de vente d'une calculatrice est fixé à 35 dinars et le service après-vente s'engage à prendre en charge les réparations en cas de présence d'un défaut:

- Si la calculatrice présente un défaut de clavier, le coût de la réparation est de 3 dinars.
- Si la calculatrice présente un défaut d'affichage, le coût de la réparation est de 5 dinars.
- Si la calculatrice présente les deux défauts alors le client récupère ses 35^{D} et garde la calculatrice.

Soit X la variable aléatoire égale au prix de vente réel d'une calculatrice (après réparation si c'est nécessaire)

a) Déterminer la loi de probabilité de X

b) Calculer alors le prix de vente d'une calculatrice que peut espérer l'entreprise.

4°) On suppose que la durée de vie (exprimée en années) d'une calculatrice de cette marque est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}255$.

a) Quelle est la probabilité que la durée de vie d'une calculatrice dépasse 2 ans ?

b) Calculer la durée de vie moyenne d'une calculatrice de ce type.

c) Quelle est la probabilité que la durée de vie d'une calculatrice dépasse 5 ans sachant qu'elle est déjà fonctionnelle depuis plus de 3 ans ?

Exercice36 QCM :Choisir la bonne réponse

On s'intéresse à la durée de vie , exprimé en année, d'un appareil ménager avant la première panne. On peut modéliser cette situation par une probabilité p qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$

1)La valeur de t pour laquelle p([0, t [ ) = p([t, +∞[ ) est :

a) $\frac{ln2}{\lambda}$ b) $\frac{\lambda}{ln2}$ c) $\frac{\lambda}{2}$

2)D'après une étude statistique , la probabilité que l'appareil tombe en panne avant la fin de la première année est 0.18. La valeur exacte de λ est alors :

a) $\ln\left(\frac{50}{41}\right)$ b) $\ln\left(\frac{41}{50}\right)$ c) $\ln\left(\frac{82}{100}\right)$

3)Sachant que cet appareil n'a connu aucune panne au cours de deux premières années après sa mise en service, la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne l'année suivante est :

a) P([1, +∞ [ )

b) p ([3, + ∞[ )

c) p([2, 3 [ )

Dans la suite on prendra $\lambda = 0.2$

4)La probabilité que l'appareil n'ait pas eu de panne au cours des trois premières années, arrondis à 10-4 près est :

a) 0.5523 b) 0.5488, c) 0.4512

5)Dix appareils neufs de ce type ont été mis en service en même temps.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'appareils qui n'ont pas de panne au cours des trois premières années. La valeur la plus proche de la probabilité de l'événement : X =4 est :

a) 0.5555 b) 0.8022 c) 0.1607

Exercice 37 :

Une ou plusieurs réponses sont possibles.

Les déterminer dans chaque cas.

(**Sans justifications**)

A) X est une variable aléatoire qui prend des valeurs positives.

On suppose que $p(1 < X < 3) = \frac{3}{8}$

1) Si X suit une loi uniforme sur [0, N], alors

a) N=8 b) $N = \frac{16}{3}$ c) N = 5.3

2) Si X est une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$ alors

a) $\lambda = ln2$ b) il n'existe pas de tel λ

c) λ prend deux valeurs dont la valeur ln2

B) X est une variable aléatoire d'espérance 10 et de variance 8

Si X suit une loi binomiale de paramètre n et p alors :

a) N = 20 et p = 0.5 b) n= 25 et p 0.4

c) n = 50 et p 0.2

Exercice 40:(4 points)

Une entreprise d'autocars dessert une région montagneuse. En chemin ; les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, des troupeaux sur la route ,

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

etc. Un autocar part de son entrepôt.
On note D la variable aléatoire qui mesure la distance en Km que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident. On admet que la variable D suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{82}$.

1) Calculer la probabilité pour que la distance parcourue sans incident soit
   a) Comprise entre 50 et 100 Km.
   b) Supérieur à 300 Km.
2) Sachant que l'autocar a déjà parcouru 350 Km sans incident, quelle est la probabilité qu'il n'en subisse pas non plus au cours des 25 prochain Km ?
3) L'entreprise possède 50 autocars. Les distances parcourues par chacun des autocars entre l'entrepôt et le lieu où survient un incident sont des variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{82}$.
   On note X la variable aléatoire égale au nombre d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru 300 Km.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   b) Donner le nombre moyen d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru 300 Km.

Exercice 41 :(3 points)

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant votre réponse.

1) Pour tout entier p $\in [1; 46]$, il existe un unique entier relatif q tel que pq $\equiv 1[47]$.

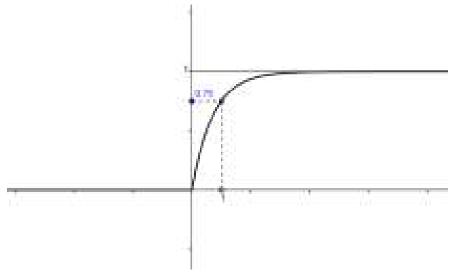
2) Si a et b sont deux entiers naturels tels que $(24a) \wedge (64b) = 64$, alors $a \equiv 0 \pmod 8$.

3) La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :
où a ,b et c sont ,dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

x_i	1	-1	2
$P(X=x_i)$	e^a	e^b	e^c

On suppose que l'espérance mathématique de X est égale à 1. Alors p (X = 1) = $\frac{1}{7}$.

4) Y est une variable aléatoire qui suit la loi de probabilité exponentielle de paramètre λ.
Dans la figure ci-dessous on a représenté sa fonction de répartition F . Alors : λ = 2ln2.



Exercice 42: (5 points)

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat. Pour promouvoir la vente de ces tablettes, il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente.
Parmi les tablettes gagnantes, 60% permettent de gagner une seule place de cinéma et 40% permettent de gagner deux places.
1) Un client achète une tablette. On considère les événements :
G « la tablette est gagnante »,
U « le client gagne une seule place de cinéma » .
D « le client gagne deux places de cinéma ».
a) Donner p(G), p (U/G) et p (D/G).
b) Montrer que p(U) = 0.3.
c) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de place gagnées.
Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.
2) Un client achète une tablette de chocolat chaque jour. Pendant n jours, $n \geq 2$.
Soit p_n la probabilité de l'événement « le client gagne 2(n – 1) places de cinéma ».
c) Montrer que $p_n = \frac{9n^2+11n}{8\,.\,5^n}$
d) Calculer la limite de p_n en $+\infty$.

3) Un autre client achète deux jours de suite une tablette de chocolat .
Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de places gagnées.
c) Déterminer la loi de Y.
d) Soit F la fonction de répartition associée à Y. Montrer que $F(\frac{2013}{2012}) = \frac{11}{20}$.

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math