**Exercice 1:**

Une entreprise fabrique des appareils électroniques. La probabilité pour qu'un appareil ainsi fabriqué fonctionne parfaitement est $\frac{9}{10}$.

On fait subir à chaque appareil un test avant sa livraison on constate que:

- Quand un appareil est en parfait état de fonctionnement il est toujours accepté
- Quand un appareil n'est pas en parfait état de fonctionnement il peut être accepté avec une probabilité de $\frac{1}{11}$.

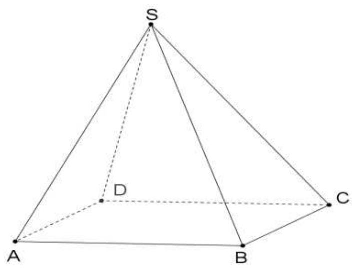
On note " T :l'événement l'appareil est accepté à l'issue de test" . Calculer p ( T ) et p (F/T ).
F :L' appareil fonctionne parfaitement

**Exercice 2:**

1)a)Soit $p(B/A)=0.6$ et $p(A\cap B)=0.3$ calculer p(A)
b)Soit $p(B)=0.7$ et $p(A/B)=0.2$, calculer $p(A\cap B)$
2)Soit $p(A)=0.3$ ; $p(B)=0.7$ et $p(A\cup B)=0.8$ .Calculer $p(A\cap B)$ puis $p(A/B)$ et $p(B/A)$
**3)** A et B sont deux évènements tels que $p(A)=0.4$ et $p(B)=0.3$
a)Calculer $p(A\cap B)$ et $p(A\cup B)$ sachant que A et B sont indépendants
b)Calculer $p(A\cap B)$ et $p(A\cup B)$ sachant que A et B sont incompatibles.
**4)** A et B sont deux évènements tels que $p(A)=0.4$ et $p(B)=0.3$ et $p(A\cup B)=0.58$
A et B sont-ils indépendants

**Exercice 3 :**

Une fourmi se déplace de façon aléatoire sur les arêtes de la pyramide SABCD de sommet S.
Depuis un sommet quelconque, elle se dirige au hasard (on suppose qu'il y a équiprobabilité) vers un sommet voisin. On dit qu'elle fait un pas.
La fourmi se trouve initialement au point A.
1.Après avoir fait deux pas, quelle est la probabilité qu'elle soit :• en A ? • en B ? • en C ? • en D ?
2. Pour tout entier naturel n strictement positif, on note $S_n$ l'évènement la fourmi se trouve au sommet S après n pas, et $p_n$ la probabilité de cet évènement : $p_n = P(S_n)$




(a) Que vaut $p_1$ ?
(b) En remarquant que $S_{n+1} = S_{n+1} \cap \overline{S_n}$ , montrer que $p_{n+1} = \frac{1}{3}(1-p_n)$
3. On considère la suite $(p_n)_{n\in IN^*}$ définies pour tout entier $n > 0$ : $p_1=\frac{1}{3}$ et $p_{n+1} = \frac{1}{3}(1-p_n)$
(a) Démontrer par récurrence que, pout tout entier naturel n strictement positif, $p_n = \frac{1}{4}\left[1-(-\frac{1}{3})^n\right]$
(b) Déterminer $\lim p_n$

**Exercice 4:**

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher et répartis comme suit:
Quatre jetons blancs numérotés 1, 2, 2, 2.
Trois jetons noirs numérotés 1, 1, 2.
1°) On tire successivement et avec remise trois jetons du sac.
a- Calculer la probabilité d'avoir trois jetons blancs.
b- Calculer la probabilité pour que parmi les trois jetons tirés il y en ait deux seulement qui portent le numéro 1.
2°) On remet tous les jetons dans le sac et on tire de nouveau et successivement trois jetons de la manière suivante.

- Si le jeton tiré porte le numéro 2 , il est remis dans le sac.
- Si le jeton tiré porte le numéro 1, il n'est pas remis dans le sac.

a- Calculer la probabilité d'avoir trois jetons blancs.
b- Calculer la a probabilité pour que deux seulement des trois jetons portent le n°1(TN91)

**Exercice 5:**

Un patineur participe à une compétition.
Deux de ses saut l'inquiètent.
Il ne réussit le premier saut que dans 95% des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10; sinon, si tout va bien au premier saut, il réussit le deuxième dans 90% des cas. On notera $\overline{A}$ l'événement contraire d'un événement A.
Soit R1 l'événement : "le patineur réussit le premier saut ".
Soit R2 l'événement : "le patineur réussit le deuxième saut".

**1) a)** Calculez la probabilité de l'événement $R_1$.
**b)** Calculez la probabilité de l'événement $R_2$ sachant que $R_1$ est réalisé.
**c)** Calculez la probabilité de l'événement $R_2$ sachant que $R_1$ n'est pas réalisé.

**2)** Déterminez la probabilité de l'événement :
"le patineur réussit les deux sauts".

**3) a)** Calculez la probabilité de l'événement $R_2$.
**b)** Un spectateur, arrivé en retard, voit le patineur réussir le deuxième saut.
Calculez la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier saut.

**4.** Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point.
Le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.
Soit X la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.
**a:** Déterminez la loi de probabilité de X.
**b:** Calculer l'espérance mathématique de X.
Quelle interprétation peut-on en faire?

**Exercice 6: ( 6.5 points )**

Un joueur décide de jouer aux machines à sous. Il va jouer sur deux machines A et B qui sont réglées de la façon suivante :

- La probabilité de gagner sur la machine A est de $\frac{1}{5}$.
- La probabilité de gagner sur la machine B est de $\frac{1}{10}$ .

Comme le joueur soupçonne les machines d'avoir des réglages différents, mais ne sait pas laquelle est la plus favorable, il décide d'adopter la stratégie suivante :
Il commence par choisir une machine au hasard, après chaque partie , il change de machine s'il vient de perdre, il rejoue sur la même machine s'il vient de gagner.
On définie pour tout $n \geq 1$ les événements suivants :
$G_n$ : Le joueur gagne la n$^{\text{ième}}$ partie.
$A_n$: La n$^{\text{ième}}$ partie se déroule sur la machine A.

1) Déterminer la probabilité de gagner la première partie.
2) Montrer que $p( G_2 ) = \frac{31}{200}$.
3) Sachant que la deuxième partie a été gagnée, quelle est la probabilité que la première partie ait eu lieu sur la machine A.
4) Soit $n \geq 1$. On pose $p_n = p(A_n )$ et $q_n = p(G_n )$
a) Exprimer $q_n$ en fonction $p_n$.
b) Montrer que $p_{n+1} = \frac{-7}{10} p_n + \frac{9}{10}$ .
c) On pose $v_n = p_n - \frac{9}{17}$, montrer que la suite $(v_n)$ est géométrique puis déduire $p_n$ et $q_n$ en fonction de n.
d) Déterminer la limite de $q_n$ quand n tend vers $+\infty$.
5) Le joueur joue deux parties.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.
Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.

**Exercice 7:** **TN2001**

Une urne contient 4 boules rouges et 6 noires.
1)On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement : la première boule tirée est noire et les deux autres boules tirées sont rouges.

2)On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement : la première boule tirée est noire et les deux autres boules tirées sont rouges

3)Soit E l'épreuve qui consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne ;
On désigne par A l'évènement :Obtenir une boule noire et deux boules rouges.

a)Montrer que p(A)= $\frac{3}{10}$

b)On répète l'épreuve E cinq fois en remettant les trois boules dans l'urne après chaque épreuve et on désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de fois où l'évènement A est réalisé. Déterminer la loi de X.

c)Calculer la probabilité de l'évènement : $1 < X \leq 3$.

**Exercice 8 :**

On sait que la population française est constitué de 10% de gauchers.
On considère donc que la probabilité pour qu'un individu pris au hasard soit gaucher est égale à 0,1. et celle pour qu'il soit droitier 0,9.

1) On note G la variable aléatoire égale au nombre de gaucher dans les huit membres du personnel. Quelle est la loi de G?

2) Calculer la probabilité pour que le groupe contienne:
Aucun gaucher.
Exactement 3 gaucher.
Au moins un gaucher gauchers.

3) L'atelier dans lequel les employés vont travailler est équipé de 7 paires de ciseaux pour droitiers et de 3 pour gauchers.
Quelle est la probabilité que chacun des 8 membres du personnel trouvent chacun une paire de ciseaux lui convenant ?

4) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes ayant trouvé une paire de ciseaux à sa convenance.
Dresser un tableau donnant les valeurs de X en fonction du nombre G de gauchers dans es huit membres du personnel.
En déduire la loi de X et calculer son espérance.

**Exercice 9:**

Une urne contient cinq boules blanches, deux boules rouges et trois boules vertes indiscernables au toucher.

1°)On tire simultanément trois boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A :Obtenir trois boules de même couleur.
B :Obtenir au moins une boule rouge.

2°)On effectue maintenant un tirage successif de deux boules de la manière suivante :
On tire une première boule :
*Si elle est blanche, on la remet dans l'urne et on effectue le deuxième tirage.
*Si elle n'est pas blanche, on la garde à l'extérieur de l'urne et on effectue le 2$^{éme}$ tirage.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout résultat, associe le nombre de boules rouges.
Déterminer la loi de X et calculer E(X).

**Exercice 10 :( 5 points)**

Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. On admet que lors du premier appel téléphonique, la probabilité que le correspondant ne décroche pas est 0,4 et que s'il décroche, la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire est 0,3.
On pourra construire un arbre pondéré.

1) On note :
• $D_1$ l'évènement : « la personne décroche au premier appel ».
• $R_1$ l'évènement : « la personne répond au questionnaire lors du premier appel ».
Calculer la probabilité de l'évènement $R_1$.

2) Lorsqu'une personne ne décroche pas au premier appel, on la contacte une seconde fois. La probabilité pour que le correspondant ne décroche pas la seconde fois est 0,3 et la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire sachant qu'il décroche est 0,2.
Si une personne ne décroche pas lors du second appel, on ne tente plus de la contacter.
On note :
• $D_2$ l'évènement : « la personne décroche au second appel ».
• $R_2$ l'évènement : « la personne répond au questionnaire lors du second appel ».
• R l'évènement : « la personne répond au questionnaire ».
Montrer que la probabilité de l'évènement R est 0,236.
3) Sachant qu'une personne a répondu au questionnaire, calculer la probabilité pour que la réponse ait été donnée lors du premier appel. (on donnera la réponse arrondie au millième)
4) Un enquêteur a une liste de n personnes à contacter (n > 1). Les sondages auprès des personnes d'une même liste sont indépendants.
 a) Calculer en fonction de n, la probabilité qu'au moins une personne de la liste réponde au questionnaire.
 b) Déterminer le nombre minimal de personnes que doit contenir la liste pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elles réponde au questionnaire, soit supérieure à : 0,9.

**Exercice 11: ( 5 points )**

Un joueur décide de jouer aux machines à sous. Il va jouer sur deux machines A et B qui sont réglées de la façon suivante :

- La probabilité de gagner sur la machine A est de $\frac{1}{5}$.
- La probabilité de gagner sur la machine B est de $\frac{1}{10}$ .

Comme le joueur soupçonne les machines d'avoir des réglages différents, mais ne sait pas laquelle est la plus favorable, il décide d'adopter la stratégie suivante :
Il commence par choisir une machine au hasard, après chaque partie , il change de machine s'il vient de perdre, il rejoue sur la même machine s'il vient de gagner.
On définie pour tout $n \geq 1$ les événements suivants :
$G_n$ : Le joueur gagne la $n^{ième}$ partie.
$A_n$: La $n^{ième}$ partie se déroule sur la machine A.
1) Déterminer la probabilité de gagner la première partie.
2) Montrer que $p( G_2 ) = \frac{31}{200}$.
3) Sachant que la deuxième partie a été gagnée, quelle est la probabilité que la première partie ait eu lieu sur la machine A.
4) Soit $n \geq 1$. On pose $p_n = p(A_n )$ et $q_n = p(G_n )$
a) Exprimer $q_n$ en fonction $p_n$.
b) Montrer que $p_{n+1} = \frac{-7}{10}p_n + \frac{9}{10}$ .
c) On pose $v_n = p_n - \frac{9}{17}$ , montrer que la suite $(v_n)$ est géométrique puis déduire $p_n$ et $q_n$ en fonction de n.
d) Déterminer la limite de $q_n$ quand n tend vers $+\infty$.

**Exercice 12: ( 4 points )**

**I**/ Avant un examen, on estime que :
• Les trois quarts des candidats ont révisé.
• Un candidat a neuf chances sur dix d'être admis s'il a révisé.
• Un candidat a huit chances sur dix d'être refusé s'il n'a pas révisé.
Après les résultats de l'épreuve, tous les reçus font les fiers en prétendant qu'ils n'ont pas révisé, et, tous les refusés crient à l'injustice en prétendant qu'ils ont révisé jour et nuit.
On rencontre un candidat au hasard après les résultats de l'examen.
On note : • A : l'événement : « Le candidat est admis »
 • R : l'événement : « Le candidat a révisé »
Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

**1 )** Faire un arbre de probabilité correspondant à cette situation.
**2 )** Calculer les probabilités que ce candidat :
a/ Soit admis et n'ait pas révisé.
b/ Soit admis.
c/ Ait révisé sachant qu'il est refusé.
**3 )** Calculer la probabilité que le candidat soit un menteur.
**4 )** Les événements « Le candidat est admis » et « Le candidat est un menteur » sont ils indépendants ? Justifier.
**II**/ L'année suivante, pour le même examen, on estime que 90 % des candidats sont des menteurs.
**1 )** A la cafétéria, 10 candidats sont assis à une table.
Le nombre de candidats à un examen est suffisamment important pour assimiler le choix des 10 candidats assis à la table comme un tirage successif avec remise.
a/ Calculer la probabilité à 0,001 près qu'au plus 8 candidats assis à cette table soient des menteurs.
b/ Combien de menteurs peut-on espérer avoir à cette table ?
**2 )** On réunit n candidats dans une salle.
Combien de candidats faut-il réunir au minimum pour que la probabilité d'avoir au moins un candidat qui ne soit pas un menteur soit d'au moins 0,83 ?

**Exercice 13:**

Un sac contient 4 boules blanches et 2 boules noires. On tire successivement et avec remise deux boules.
1°) Quelle est la probabilité d'obtenir une seule fois une boule noire.
2°) $n \in \mathbb{N}^*$; on tire successivement et avec remise une boule n fois ( les tirages successifs sont numérotés de 1 à n). Soit X l'aléa numérique définie par :
X prend 0 si on tire que de boules blanches
X prend $x_i$ le rang du 1er tirage donnant une noire.
a- Calculer $p(X=0)$ ,
b - Calculer $p_k = p(X = k)$ , $k\in]0, n]$
c-Calculer $S_n = p_1 + p_2 + .. + p_n$. Et donner $\lim S_n$.

**Exercice 14 :** (5 points)

Une équipe de football participe chaque année à deux tournois l'un concerne la coupe et l'autre concerne le championnat. La probabilité que cette équipe gagne le championnat est de 0,4. La probabilité que cette équipe gagne la coupe si elle a gagné le championnat est de 0,7 et celle que cette équipe gagne la coupe si elle n'a pas gagné le championnat est de 0,3.
On considère les événements suivants :
B : " L'équipe gagne le championnat "
C : " L'équipe gagne la coupe "
1) a) Donner un arbre pondéré qui illustre les données ci-dessus.
b) Montrer que la probabilité que cette équipe gagne le championnat et la coupe est 0,28.
c) Calculer la probabilité que cette équipe gagne la coupe.
2) La fédération de football consacre 200 milles dinars pour l'équipe qui remporte le championnat et 100 milles dinars pour l'équipe qui remporte la coupe.
Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le montant en milliers de dinars du gain (positif ou nul) de cette équipe.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Quel est le gain moyen de cette équipe ?
3) Cette équipe participe 5 années successives à ces deux tournois, le résultat de chaque année est indépendant des résultats des autres années.
Calculer la probabilité pour que cette équipe remporte au moins deux fois le doublé : coupe et championnat.

**Exercice 15 ( 4 points )**

Un marchand de parapluies ouvre son magasin 240 jours par an et sur ces journées, il y a 80 jours de beau temps, 40 jours de pluie et 120 jours de temps maussade.

- Il constate que lors d'une journée de beau temps, il a une probabilité de $\frac{3}{4}$ de ne pas vendre de parapluies et une probabilité de $\frac{1}{4}$ de vendre un parapluie.
- lors d'une journée de pluie, il a une probabilité de $\frac{1}{4}$ de vendre un parapluie et une probabilité de $\frac{1}{4}$ de vendre deux parapluies et une probabilité de $\frac{1}{2}$ de vendre trois parapluies.
- lors d'une journée de temps maussade, il a une probabilité de $\frac{1}{4}$ de ne pas vendre de parapluies et une probabilité de $\frac{1}{2}$ de vendre un parapluie et une probabilité de $\frac{1}{4}$ de vendre deux parapluies.

Pour une journée quelconque d'ouverture du magasin, on considère les événements suivants : **B** « le temps est beau », **P** « le temps est pluvieux »,
**M** « le temps est maussade » et $\mathbf{V_i}$ « i parapluie(s) vendu(s) ; $0 \leq i \leq 3$ ».
1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2) Sachant qu'il pleut, qu'elle est la probabilité que le commerçant vende au moins deux parapluies ce jour-là?
3) Sachant que, lors d'une journée donnée, le commerçant a vendu un seul parapluie, quelle est la probabilité que ce soit une journée de beau temps?
4) X désigne la variable aléatoire représentant le nombre de parapluies vendus ce jour-là.
a/ Déterminer la loi de probabilité de X.
b/ Calculer l'espérance E(X) de la variable X.
c/ Ce commerçant vend chaque parapluie à 10 dinars. Quel est le gain moyen en dinars, que lui rapporte sa vente de parapluies pour un an?
5) Durant 7 jours d'une semaine d'ouverture, qu'elle est la probabilité que ce commerçant vende exactement 19 parapluies?

**Exercice 16:**

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes :
0.25 au premier fournisseur et 0.75 au second.
La proportion de composants défectueux est de 0.03 chez le premier fournisseur et de 0.02 chez le second. On note :
D : l'événement :Le composant est défectueux
F1: l'événement :Le composant provient du premier fournisseur
F2:Le composant provient du premier fournisseur
1)a)Etablir un arbre pondéré.
b)Calculer $p(D \cap F_1)$, puis déduire que p(D)=0.0225
c)Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?
2)Le responsable commande 20 composants.
Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

**Exercice 17 :**

Le service après-vente d'une entreprise, vendant une certaine marque de calculatrices, s'est aperçu que ces dernières pourraient présenter deux types de défaut, l'un lié au clavier, l'autre à l'affichage.
Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :
La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à 0,04.
En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est 0,03.
Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94.
On note C l'évènement : « la calculatrice présente un défaut de clavier »,
A l'évènement « la calculatrice présente un défaut d'affichage ».

Dans cet exercice, les résultats du calcul des probabilités seront arrondis au dix millième près.

1°) a) Déduire des énoncés de l'exercice les probabilités suivantes : $p(A|C)$, $p(\overline{A}\,|\,\overline{C})$ et $p(C)$.

b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2°) On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.

a) Calculer la probabilité que la calculatrice présente les deux défauts.

b) Calculer la probabilité que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.

c) En déduire p(A).

d) Montrer que la probabilité de l'évènement « la calculatrice ne présente aucun défaut » est 0,9024.

3°) Le prix de vente d'une calculatrice est fixé à 35 dinars et le service après-vente s'engage à prendre en charge les réparations en cas de présence d'un défaut:

- Si la calculatrice présente un défaut de clavier, le coût de la réparation est de 3 dinars.
- Si la calculatrice présente un défaut d'affichage, le coût de la réparation est de 5 dinars.
- Si la calculatrice présente les deux défauts alors le client récupère ses $35^{D}$ et garde la calculatrice.

Soit X la variable aléatoire égale au prix de vente réel d'une calculatrice (après réparation si c'est nécessaire)

a) Déterminer la loi de probabilité de X

b) Calculer alors le prix de vente d'une calculatrice que peut espérer l'entreprise.

**Exercice 18 :(3 points)**

**Répondre par Vrai ou Faux en justifiant votre réponse.**

1) La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :
où a ,b et c sont ,dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

| $x_i$ | 1 | -1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $e^a$ | $e^b$ | $e^c$ |

On suppose que l'espérance mathématique de X est égale à 1. Alors p ( X = 1) = $\frac{1}{7}$.

**Exercice 19 :(4 points)**

Un fabricant de robots vend un modèle qui "parle et marche" grâce à un mécanisme électronique. On appelle "durée de vie" d'un robot le temps pendant lequel le mécanisme fonctionne correctement avant la première défaillance. La variable aléatoire T, représentant la durée de vie exprimée en années d'un robot pris au hasard dans la production, suit une loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{3}$.

**1)** Déterminer la probabilité **p** qu'un robot ne fonctionne plus au bout d'une année.

**2)** Sachant que le robot fonctionne parfaitement au bout d'un an, quelle est la probabilité que le robot fonctionne encore au bout de trois ans?

**3)** Le fabricant garantit les robots pendant un an et s'engage à rembourser les robots défectueux.

a) Donner une valeur approchée à $10^{-2}$ près du pourcentage de robots remboursées.

b) Quelle durée de garantie maximale $t_0$ devrait proposer le fabricant pour qu'il ne rembourse pas plus de 8% des robots vendues ?

**4)** Un commerçant achète un lot de cinq robots et le fabricant offre, pour chaque robot, une garantie d'une année.

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de robots remboursés sur ce lot.

a) Donner la loi de probabilité de X. Les probabilités seront exprimées en fonction de **p**.

b) Déterminer, en fonction de **p**, l'espérance mathématique E(X) de la variable X.