EXERCICE 1 :

Une entreprise est spécialisée dans la fabrication des écrans plasma : un contrôle de qualité a montré que chaque article produit par l'entreprise pouvait présenter deux types de défaut :

Un défaut de soudure avec une probabilité égale à **0,03** et un défaut sur un composant électronique avec une probabilité égale à **0,02**.

Le contrôle a monté aussi que les deux défauts étaient indépendants.

Un écran plasma est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts. On note :

S l'évènement : **« l'écran plasma présente le défaut de soudure >>**

C l'évènement : **« l'écran plasma présente le défaut sur un composant électronique >>**

D l'évènement : **« l'écran plasma est défectueux >>**

1) a) Calculer la probabilité de l'évènement suivant :

A : **« l'écran plasma présente le défaut de soudure et le défaut sur un composant électronique >>**

b) Sachant que l'écran plasma présente le défaut de soudure, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut sur un composant électronique ?

c) Montrer que **p(D) = 0,0494**.

2) Une grande surface reçoit **100** écrans plasma de l'entreprise.

Soit **Y** la variable aléatoire qui à cet ensemble de **100** écrans plasma associe le nombre d'écrans plasma défectueux.

a) Déterminer la loi de probabilité de **Y**.

b) Quel est le nombre moyen d'écrans plasma défectueux ?

c) Calculer, a 10^{-3} près, la probabilité qu'il y ait plus de deux écrans plasma défectueux.

d) La grande surface veut que sur sa prochaine commande la probabilité d'avoir au moins un écran plasma défectueux reste inférieure à **50 %.** Déterminer la valeur maximale du nombre n d'écrans plasma qu'il peut commander.

Exercice 2 :

On désigne par **x** la probabilité qu'un individu d'une population soit atteint par une maladie, **x** $\in$ **]0,1[.**

On veut tester tous les individus de cette population pour savoir s'ils sont porteurs de la maladie.

Un laboratoire produit un test de dépistage dont les caractéristiques sont les suivantes :

La probabilité qu'un individu atteint ait un test positif est **0.99**.

La probabilité qu'un individu non atteint ait un test négatif est **0.99**.

On note **M** l'événement **<< L'individu est atteint >>** et **T** l'évènement **<< Le test est positif. >>**

Tous les résultats sont exprimés en fonction de **x**.

1) Calculer **P(t)**.

2) Soit **f(x)= P(M/T).**

a) Montrer que $f(x) = \frac{99x}{98x+1}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

3)

a) Montrer que $P(\overline{M}/\overline{T}) = f(1-x)$

b) En déduire que si **x < 0.1** alors $P(\overline{M}/\overline{T}) > 0.998$.

Exercice 3 :

Un appareil de très haute technologie est installé dans un laboratoire d'analyse médicale.

L'installateur assure une maintenance à l'issue de chaque semaine d'utilisation. Pour cette maintenance, soit il doit se déplacer (intervention directe sur l'appareil), soit une assistance téléphonique suffit.

A l'issue d'une semaine de fonctionnement, trois situations sont possibles :

Situation A : l'appareil fonctionne normalement

Situation B : l'appareil a eu des arrêts périodiques

Situation C : l'appareil a eu des arrêts très fréquents.

L'installateur sait par expérience que, à l'issue de chaque semaine de fonctionnement,

La probabilité d'être dans la situation A est **0,6**

La probabilité d'être dans la situation B est **0,3**

La probabilité qu'il doive se déplacer est **0,6**.

Dans la situation A, l'installateur doit se déplaces 1 fois sur 2.

Dans la situation B, l'installateur doit se déplacer 7 fois sur 10.

I. L'appareil été utilisé pendant une semaine.

On considère les événements suivants :

A: << On se trouve dans la situation A >>

B: << On se trouve dans la situation B >>

C: << On se trouve dans la situation C >>

D: << L'installateur se déplace >>

T: << L'installateur effectue une assistance téléphonique >>

On pourra construire un arbre pondéré que l'on compléter au fur et à mesure.

1. Calculer la probabilité de l'événement T.

2. Démontrer que, lorsqu'on se trouve dans la situation C, la probabilité que l'installateur se déplace est 0,9.

3. On sait que l'installateur s'est déplacé. Déterminer la probabilité que l'on ait été dans la situation B.

II. L'installateur devra effectuer la maintenance trois semaines de suite. On admet que les évènements qui surviendront au cours de chacun de ces trois semaines sont indépendants.

Soit **X** la variable aléatoire qui prend pour valeur de nombre de déplacements i effectuer par l'installateur sur les trois semaines.

1. a- Donner la loi de probabilité de **X**

b- Quelle est la probabilité que l'installateur ait à effectuer au plus un déplacement sur les trois semaines ?

c- Montrer que l'espérance mathématique de X vat 1,8.

2. Pour l'installateur, un déplacement revient à 300 dinars (l'assistance téléphonique ne lui coûte rien)

L'installateur décide de proposer à son client un forfait pour trois semaines de maintenance,

Déterminer le montant minimum de ce forfait afin que l'installateur puisse espérer rentrer dans ses frais.

Exercice 4 :

Une machine peut être équipée de deux ou de quatre composants.

La probabilité qu'un composant tombe en panne est égale à p avec $0 < p < 1$ et chaque composant fonctionne indépendamment des autres.

On définit les variables aléatoires suivantes :

X est le nombre de composants en panne quand la machine est équipée de deux composants.

Y est le nombre de composants en panne quand la machine est équipée de quatre composants.

1. Déterminer la loi de probabilité de X et celle de Y.
2. La machine ne fonctionne plus si plus de la moitié des composants tombe en panne.
   a. Quelle est la probabilité P_2 que la machine ne fonctionne plus quand elle est équipe de deux composants ?
   b. Quelle est la probabilité P_4 que la machine ne fonctionne plus quand elle est équipée de 4 composants.

Dans quel cas est-il préférable celui de 2 composants ou celui de 4 composants ?