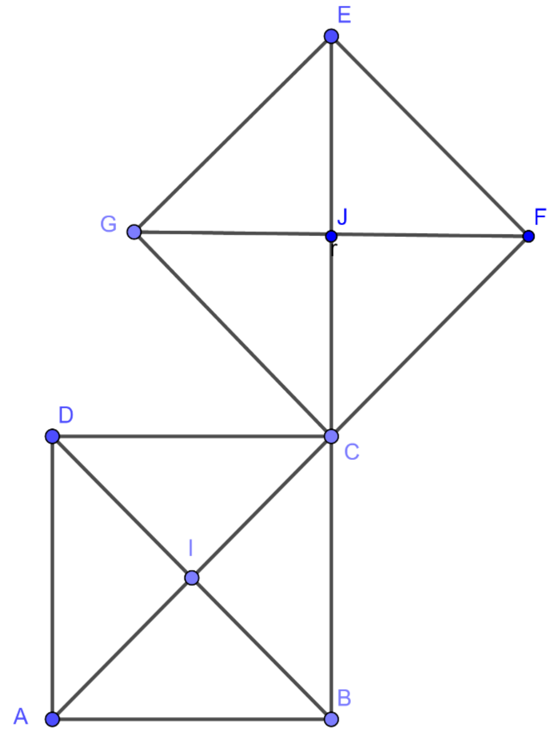
Mr : Chahed Série (Déplacement et antidéplacement) 4eme math

Exercice 1

Le plan est orienté dans le sens direct

ABCD et CFEG sont deux carrés



1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie B sur F et D sur G

b) Montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle

c) Montrer que $f(A) = C$ et construire Ω le centre de f

d) Montrer que $(\Omega A) \perp (\Omega E)$

2) a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement g qui envoie A sur C et C sur E

b) Caractériser g

c) la droite (BG) coupe (IJ) en K . Montrer que K est le milieu de $[BG]$

3) Soit $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au carré ABCD ,

M un point de $\overset{\frown}{BD}\backslash\{B,D\}$ et N le point de $[CE)$ tel que $AM = CN$

On pose $\alpha \equiv \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right)[2\pi]$, $\alpha \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$

a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f_α qui envoie A sur C et M sur N

b) Montrer que f_α est une rotation dont on précisera l'angle

4) On considère le repère orthonormé direct $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$

Montrer que $\forall\alpha \in \left]0\cdot\frac{\pi}{2}\right[$ on a $z_N = ie^{-i\alpha}z_M + 1 + i$

5) Soit z_α l'affixe de Ω_α le centre de f_α et h la fonction définie sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ par $h(x) = \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}$

a) Dresser le tableau de variation de h

b) Montrer que $z_\alpha = \frac{1}{2}\left(1 - h(\alpha)\right) + \frac{i}{2}\left(1 + h(\alpha)\right)$

c) En déduire l'ensemble des points Ω_α lorsque α varie dans $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$

Exercice 2

Le plan est orienté dans le sens direct

Soit ABC un triangle équilatéral direct , I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$

1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie B sur C et I sur J

b) Montrer que $f(A) = A$ et caractérise f

2) a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f qui envoie B sur C et I sur J

b) caractérise g et Montrer que $fog = S_{(AC)}$

3) Soit D la symétrie de C par rapport a I

a) Montrer que ADBC est un losange

b) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement h qui envoie C sur B et B sur D

b) Caractériser h

4)Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre B et passant par A est M un point de $\mathcal{C}$

a) Montrer que lorsque M décrit $\mathcal{C}$ sont image M' par h décrit un cercle $\mathcal{C}'$ que l'on précisera

b) $\mathcal{C}'$ recoupe $\mathcal{C}$ en F . Montrer que F,M et M' sont alignés

Exercice 3

Le plan est orienté dans le sens direct

Soit ABC un triangle rectangle isocèle direct en A , O,I et J les milieux respectifs de $[BC]$,$[AB]$ et $[AC]$

1) a) Montrer qu'il existe deux isométries f et g qui envoient C en A et A en B

b) Caractériser f et g

c) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $f(M) = g(M)$

2) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre B et passant par A et $\mathcal{C}'$ le cercle de centre C et passant par A

$\mathcal{C}$ Recoupe $\mathcal{C}'$ en D

Soit M un point de $\mathcal{C}\backslash\{A, D\}$ et M' le point de $\mathcal{C}'$ tel que $\left(\vec{BM}, \vec{CM'}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

a) Montrer que $R_{\left(A,\frac{\pi}{2}\right)}(M) = M'$

b) Soit $M'' = S_O(M)$. Montrer que $CM'M''$ est un triangle rectangle isocèle

Exercice 4

Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soit f application de P dans P qui à tout points $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que :

$$z' = \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right)\bar{z} + 5i$$

Et g application de P dans P qui à tout points $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que :

$$z' = iz - 5(1 - i)$$

1) Montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera une équation de son axe et l'affixe de son vecteur
2) Montrer que g est rotation dont on précisera l'angle et l'affixe de son centre.
3) Soit $\Psi = gof$
   a) Soit $M(z)$ et $M'(z')$ tel que $\Psi(\mathrm{M}) = \mathrm{M}'$ montrer que :
   $$z' = \left(-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i\right)\bar{z} - 10 + 5i$$
   b) Caractériser alors Ψ