EXERCICE N°1

Dans le plan o orienté, on considère un carrée ABCD de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AD]$ R_1 et R_2 sont les rotions de centre I et J et d'angle $\frac{\pi}{2}$

f= $R_2 0 R_1$ et $g = R_2^{-1} 0 R_1$

1) Déterminer f(B) et g(B) .En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f et g

2) En décomposant f en produits de symétries orthogonales caractériser $foS_{(BD)}$

3)a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que h(A)=C et h(B)=D

b) Déterminer h0f(C) et h0f(D)

c)Déduire que h est une symétrie glissante et donner sa forme réduite

4) On pose $T=\{A,B,C\}$ et $T'=\{A,C,D\}$;On désigne par F l'ensemble des isométries qui transforment T en T'

a) Montrer que toute isométrie k de F transforme Ben D et laisse O invariant

b) Déterminer alors les isométries de F

EXERCICE N°2

Soit ABC un triangle rectangle tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB=2AC ; On désigne par I le milieu de $[AB]$

1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A)=I et f(C)=B

b) Montrer que f est une rotation et construire son centre Ω

2) Pour la suite Δ désigne la médiatrice de $[A\Omega]$; soit O un point de Δ et Γ le cercle de centre O et passant par A et Ω, ce cercle recoupe (AC) en M et (AB) en N

a) Vérifier que $[MN]$ est un diamètre de Γ puis préciser f(($M\Omega$))

b) En déduire que ΩMN est un triangle rectangle et isocèle

3) On pose $g=f0S_\Delta$ et $h=S_\Delta 0f0S_\Delta$

a) Préciser g(A) et g(Ω) ;En déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

b) Préciser h(A) puis montrer que f0h est une translation dont on précisera le vecteur

c)caractériser alors h puis préciser h(I)

EXERCICE N°3

Dans le plan orienté, on considère un carrée ABCD de centre I tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

On désigne par J et K les milieux respectifs de $[AD]$ et$[CD]$, par c'le symétrique de C par rapport à D et on désigne par R_B et R_D les rotations de centres respectifs B et D et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et par s la symétrie centrale de centre I

1) Soit f =R_D OsOR_B déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f

2) On pose g=fo$S_{(IJ)}$ déterminer g(c) et g(D)et déduire que g es tune symétrie glissante que l' on caractérisera

3)a)Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_{(AD)}oS_{(CD)}oS_{(IK)}oS_{(IJ)}$

b) Montrer que $S_K oS_{(IJ)}$ est une symétrie glissante que l'on caractérisera

4) Soit w le point de rencontre des bissectrices intérieures du triangle ABD

on désigne par r la rotation de centre A et d'angle et $\frac{\pi}{2}$ et r' la rotation de centre D et d'angle $\frac{\pi}{4}$

a) construire le point A' image de A par r'

b) donner la nature et les éléments caractéristiques de r'or

c)Montrer que wA'=wA et que les droites (wA') et (AB) sont parallèles

Exercice 4

Le plan est orienté dans le sens direct.

Dans l'annexe ABC est un triangle rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{8}\ [2\pi]$.

Le point O est le milieu du segment $[BC]$.

1. On désigne par I le barycentre des points pondérés $(A, \sqrt{2})$ et $(B, 1)$.

   a. Montrer que $AI = AC$. $\left(\text{On donne } \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1\right)$. b. Construire le point I.

2. a. Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui envoie I sur B et C sur I.

   b. Montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle. c. Construire le centre Ω de f.

   d. Montrer que Ω appartient au cercle circonscrit au triangle ABC noté $\mathcal{C}$.

3. La parallèle à la droite (AC) passant par Ω recoupe le cercle $\mathcal{C}$ ~~en un~~ ou point F.

   a. Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega F}}\right) \equiv \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$.

   b. Montrer que les points C, I et F sont alignés.

   c. En déduire que $f(A) = F$.

4. Soit $g = f \circ S_{(AC)}$.

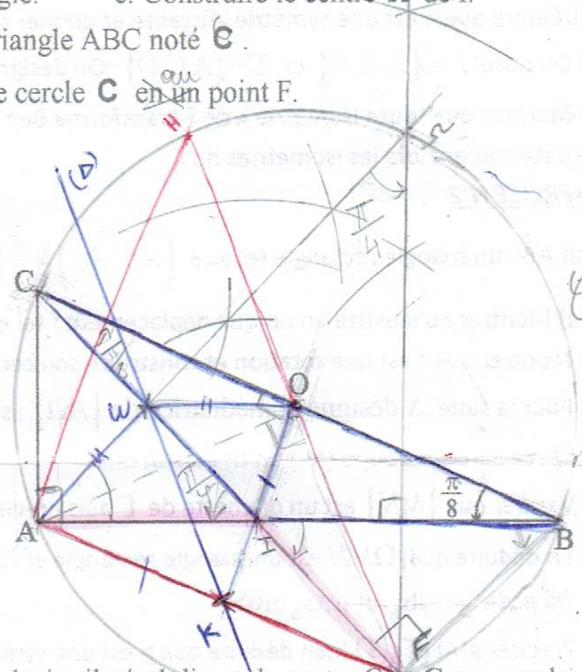
   a. Déterminer $g(A)$ et $g(C)$.

   b. Montrer que g est une symétrie glissante.

   c. Construire l'axe Δ de g.

   d. Montrer que $S_\Delta(A) = O$.

   e. En déduire la forme réduite de g.



Exercice 5

Le plan est orienté dans le sens direct. Soit ABC un triangle équilatéral direct de centre O et $\mathcal{C}$ son cercle circonscrit. On désigne par D le symétrique de A par rapport à O et E le milieu de $[AC]$.

I. 1. Montrer que $AO = DB$.

2. La parallèle à (BC) passant par O coupe (AB) en K.

   Montrer que les triangles AKD et BKO sont isocèles en K.

3. Soit f le déplacement qui envoie A sur D et O sur B.

   Montrer que f est une rotation dont on précisera l'angle et le centre.

4. Soit g l'antidéplacement qui envoie A sur D et O sur B.

   Montrer que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

5. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) = g(M)$. ; θ

   $O \in \{M \in \mathcal{P};\ f(M) = g(M)\}$ $A \in$

II. On désigne par R_1, R_2 et R_3 les rotations d'angle $\frac{\pi}{3}$ et de centres respectifs A, B et C.

1. On pose $h = R_1 \circ R_2 \circ R_3$. Déterminer $h(A)$ puis caractériser h.

2. On pose $\varphi = h \circ R_{\left(O, \frac{2\pi}{3}\right)}$. Déterminer $\varphi(C)$ puis caractériser φ. 3. Identifier $R_1 \circ \varphi$.