Lycée secondaire Neol Ali — Série d'exercices F — 4 Math 1 (Mme Triki Ikhlas)

Exercice n°1 :

ABCD un carré direct : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$, Δ la médiatrice du segment $[BC]$, soit f l'isométrie distincte de la symétrie S_Δ et telle que $f(B)=C$ et $f(D)=A$.

1°) a) Montrer que le point $O = B*D$ est invariant par f et que c'est l'unique point du plan invariant par f.

b) En déduire la nature et les caractéristique de f.

2°) Soit $g = f \circ S_\Delta$ et $\varphi = S_\Delta \circ f$.

a) Chercher $g(A)$ et $g(C)$. En déduire que $g = S_{(AC)}$

b) Montrer que $\varphi = S_{(BD)}$

c) En déduire la nature de $g \circ \varphi$.

Exercice n°2 :

Soit ABC un triangle rectangle isocèle telque $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et soit $I = A*B$ $J = A*C$ et $K = B*C$

1°) Soit f une isométrie qui laisse ABC globalement invariant

a) Mq $f(A) = A$ et $f(K) = K$.

b) En déduire toutes les isométries qui laissent ABC globalement invariant.

2°) Soient A' et C' les deux points définis par $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BC}$ et g une isométrie qui transforme le triangle ABC en A'CC'

a) Mq $t_{\overrightarrow{CB}} \circ g$ est une isométrie qui laisse ABC globalement invariant

b) En déduire toutes les isométries qui transforme (ABC) en (A'CC')

3°) Soit $R_1 = \mathcal{R}(I, \frac{\pi}{2})$ $R_2 = \mathcal{R}(J, \frac{\pi}{2})$ soit $f = R_2 \circ R_1$ et $g = R_2^{-1} \circ R_1$

a) Vérifier que (AIKJ) est un carré puis déterminer $f(B)$ et $g(B)$

b) En déduire la nature et les éléments caractéristique de f et g.

4°) En décomposant f et g en des symétries convenables. Montrer que les app : $f \circ S_{(BC)}$ et $S_{(AC)} \circ g$ sont des symétries orthogonales que l'on précisera

Exercice n°3 : on considère dans le plan orienté un triangle ABC telque $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et circonscrit au triangle ABC.

1°) on suppose que $AB = AC$, soit $R_1 = r(A, \frac{\pi}{3})$, $R_2 = r(B, \frac{\pi}{3})$
$R_3 = r(C, \frac{\pi}{3})$, $t_1 = t_{\overrightarrow{BC}}$ et $t_2 = t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}}$.

et soit $B' = A * C$.

a) soit $R = R_3 \circ t_1 \circ R_2$.

Determiner $R(A)$ et $R(B)$ puis Caracteriser R

b) soit D le point diamétralement opposé à A

soit $g = S_{(DB)} \circ S_{(CD)} \circ S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$.

Caracteriser g.

c) on pose $R' = R \circ t_2$. Determiner $R'(B')$. Déduire la nature et les élements caracteristiques de R'

2°) on suppose que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $BC = 2BA$.

on pose $C' = r_{(B, \frac{\pi}{2})}(C)$ et $A' = r_{(B, -\frac{\pi}{2})}(A)$

a) Determiner l'ensemble des isometries qui laissent invariant l'ensemble $\{B, C, C'\}$.

b) soit (D') la droite parallele à (BC) passant par C'

et $f = S_{(AA')} \circ S_{(AB)} \circ S_{(CC')}$

Montrer que $S_{(AB)} \circ S_{(CC')} = S_{(CC')} \circ S_{(D')}$

c) Déduire que f est une symetrie glissante dont on determinera l'axe et le vecteur.