Exercice n°1 :

Dans le plan orienté on considère un carré OABC de centre I tel que $\left(\overrightarrow{OA}, \widehat{\overrightarrow{OC}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

On désigne par J et K les milieux respectifs des segments [BC] et [AB].

1- Soient R la rotation de centre I et d'angle dont une mesure est $-\frac{\pi}{2}$ et T la translation de vecteur $\overrightarrow{IB}$.

Déterminer les droites Δ et Δ' telles que : $R = S_{\Delta} \circ S_{(AC)}$ et $T = S_{\Delta'} \circ S_{(AC)}$.

2- Soient M un point du segment $[BC] \setminus \{B, C\}$ et N un point du segment $[AB] \setminus \{A, B\}$ tel que $CM = BN$.

a- Déterminer R(C), R(B).

b- En déduire que le triangle IMN est rectangle isocèle indirect en I.

c- Justifier que $S_{\Delta}(N) = S_{(AC)}(M)$.

3- Montrer que $S_{(AB)} \circ R \circ S_{(AC)}$ est une translation dont on donnera le vecteur.

4- Soit $g = t_{\overrightarrow{CB}} \circ S_{(AC)}$, montrer que g est une symétrie glissante dont on donnera l'axe et le vecteur.

5- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, avec $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ et $\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$.

Soit f l'application qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = -i\bar{z} + 4 + 2i$.

a- Montrer que f est une isométrie qui na aucun point invariant.

b- Montrer alors que f est une symétrie glissante.

Exercice n°2 :

Soit ABCD un carré de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \widehat{\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I le milieu du segment [AB] et Δ la droite perpendiculaire à (BD) passant par le point D.

1- Soit $f = S_{(BD)} \circ S_{(OI)} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$.

a- Caractériser l'application $S_{(OI)} \circ S_{(AD)}$.

b- En déduire que f est une rotation dont on précisera le centre et une mesure de son angle.

2- Soient R la rotation de centre D et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$ et $g = R \circ S_{(DC)}$.

Caractériser $S_{(BD)} \circ S_{\Delta}$ et en déduire que g est une symétrie orthogonale dont on précisera l'axe.

3-a Soit l'isométrie $h = t_{2\overrightarrow{AB}} \circ S_{\Delta}$, caractériser $h \circ S_{(AC)}$.

b- En déduire que h est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

4- Soit φ une isométrie qui laisse globalement invariant le triangle ABD.

a- Montrer que $\varphi([BD]) = [BD]$.

b- En déduire que φ fixe au moins deux points que l'on précisera.

c- Déterminer alors toutes les isométries qui laissent globalement invariant le triangle ABD.

Soit OAB un triangle rectangle en O tel que $\left(\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

On désigne par I le milieu du segment [OA], par Jle milieu du segment [AB] et par Kle milieu du segment [OB].

La bissectrice intérieure de l'angle géométrique $\widehat{ABO}$ coupe la droite (OA) en un point C.

On désigne par Δ la parallèle à la droite (CJ) passant par B et $D = S_{(CJ)}(O)$.

Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ et R la rotation de centre B et d'angle dont une mesure est $-\frac{2\pi}{3}$.

1-a- Montrer que la droite (CJ) est la médiatrice du segment [AB]

b- Montrer que $D \in (BC)$.

2- Vérifier que $T = S_{(CJ)} \circ S_{\Delta}$.

3-a- Déterminer la droiteΔ' tel que $R = S_{\Delta} \circ S_{\Delta'}$.

b- Caractériser alors l'isométrie $T \circ R$.

4- Soient $f = R' \circ S_{(CJ)}$ et $g = f \circ T$ où R' la rotation de centre C et d'angle dont une mesure est $-\frac{2\pi}{3}$.

a- Déterminer $f(O)$ et $f(A)$ et en déduire que $f = S_{(OA)}$

b- En déduire que g est la symétrie glissante d'axe (JK) et de vecteur $\overrightarrow{OA}$.

5- Soit h une isométrie du plan qui laisse globalement invariant le triangle ABC.

a- Montrer que $h(J) = J$ et $h(C) = C$

b- Identifier alors h.

Exercice n°4 :

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ et I = A*C. La bissectrice intérieure

De l'angle géométrique $\widehat{CAB}$ coupe la droite (BC) en un point J.

On désigne par Δ la parallèle à la droite (IJ) passant par A et $B' = S_{(IJ)}(B)$.

Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ et r la rotation de centre A et d'angle dont une mesure est $-\frac{2\pi}{3}$.

1- Montrer que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [AC].

2- Vérifier que $t = S_{(IJ)} \circ S_{\Delta}$.

3-a- Déterminer la droite Δ' tel que $r = S_{\Delta} \circ S_{\Delta'}$.

b- Caractériser alors l'isométrie $t \circ r$.

4- Soit $f = r' \circ S_{(IJ)}$ ou r' la rotation de centre J et d'angle dont une mesure est $-\frac{2\pi}{3}$.

a- Déterminer $f(C)$ et $f(I)$.

b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

5- Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le segment [AC].