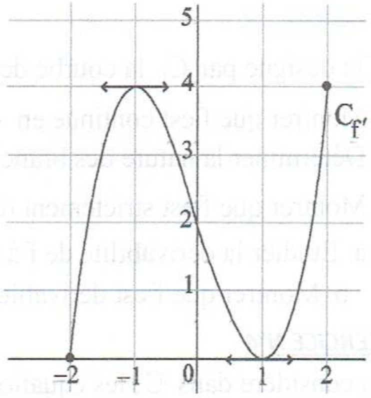
EXERCICE N°1

Soit f une fonction deux fois dérivables sur l'intervalle $[-2, 2]$. Le graphique ci-contre représente la courbe $C_{f'}$ de la fonction dérivée f' de f.



I. Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1. f admet un minimum local en 1.
2. La courbe de f admet deux points d'inflexions.

II. Pour tout $n \geq 2$, l'équation $f'(x) = \dfrac{4}{n}$ admet une solution $\alpha_n \in [0, 1[$ et une solution $\beta_n \in]1, 2[$.

Pour chacune des questions suivantes une ou plusieurs réponses proposées sont exactes. Indiquer, sur la copie, chaque réponse correcte.

1. La suite (α_n) est :

a. croissante. b. minorée. c. convergente.

2. Les suites (α_n) et (β_n) sont :

a. croissantes. b. bornées. c. $\lim\limits_{n\to+\infty} \alpha_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \beta_n$.

EXERCICE N°2

I/ Soit g la fonction définie sur $]-\infty, 0[$ par $g(x) = x^2\left(1-\cos\left(\dfrac{\pi}{x}\right)\right)$

On désigne par C_g la courbe représentative de g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to0^-} g(x)$.

② Montrer que g est dérivable sur $]-\infty, 0[$ et déterminer $g'(x)$ pour tout $x \in]-\infty, 0[$.

③ Montrer que la droite d'équation $y = -4x-2$ est tangente à C_g au point d'abscisse -1.

II/ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si } x \leq -1 \\ -4x-2 & \text{si } -1 < x < 0 \\ x-1-\sqrt{x^2+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

① Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

② Etudier la dérivabilité de f en -1 et en 0. Interpréter graphiquement les résultats.

③ Montrer que f est strictement croissante sur $[0,+\infty[$.

④ Etudier les branches infinies de C_f.

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=2+\cos\left(\dfrac{\pi}{x}\right) & \text{si } x\in\left]-\infty,-1\right] \\ f(x)=\dfrac{2\left(\sqrt{x+2}-1\right)}{x+1} & \text{si } x\in\left]-1,+\infty\right[\end{cases}$

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que f est continue en -1.
2. Déterminer la nature des branches infinies de C_f.
3. Montrer que f est strictement décroissante sur chacun des intervalles $\left]-\infty,-1\right]$ et $\left]-1,+\infty\right[$
4. a. Etudier la dérivabilité de f à droite en -1.

   b. Montrer que f est dérivable à gauche en -1 et que $f'_g(-1)=0$. 5. Tracer C_f.

EXERCICE N°4

On considère dans $\mathbb{C}$, les équations :

$(E): Z^3-2i\sqrt{3}\,Z^2-6Z+3i\sqrt{3}=0$ et $(E'): Z^3+2i\sqrt{3}\,Z^2-6Z-3i\sqrt{3}=0$.

① a) Vérifier que $i\sqrt{3}$ est une solution de (E). b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

c) Donner l'écriture exponentielle de chacune des solutions de (E).

② En déduire les solutions de l'équation (E').

③ Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Montrer que les points images des solutions de (E) et de (E') forment un hexagone régulier