Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2+1}}$

1-a- Dresser le tableau de variations de f.

b- Montrer que A(1,0) est un centre de symétrie de Cf et étudier la position de Cf par rapport à la tangente en A .

c- Tracer Cf sur un r.o.n $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2-a- Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J qu'on déterminera.

b- Soit g la fonction réciproque de f, expliciter g(x) pour tout $x\in J$.

c- Tracer Cg sur le même repère que Cf.

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

1- Dresser le tableau de variations de f.

2- Montrer que f admet une fonction réciproque g définie sur un intervalle J qu'on précisera.

3- Montrer que l'équation $g(x)=x$ admet une unique solution α dans J.

4- Montrer que g est dérivable sur $J\setminus\{1\}$ et expliciter g'(x) pour $x\in J\setminus\{1\}$.

Exercice n°3:

Soit f la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par $f(x)=x-1+\dfrac{1}{x}$.

1-a- Dresser le tableau de variations de f.

b- Montrer que f réalise une bijection de I sur I et expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in I$.

c- Tracer Cf et Cf^{-1} sur le même r.o.n $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2- Montrer que l'équation $f(x)=\dfrac{2}{x^2}$ admet dans I une unique solution α et vérifier que : $1<\alpha<2$.

Exercice n°4:

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}$

1-a- Dresser le tableau de variation de f.

b- Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0 puis étudier la position de C_f par rapport à T.

c-Tracer C_f et T dans un r.o.n $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2- Soit g la restriction de f à $[0,+\infty[$.

a- Montrer que g réalise une bijection de IR_+ sur [0, 1 [

b- Construire la courbe de g^{-1} et montrer que pour tout $x\in[0,1[$ $g^{-1}(x)=\dfrac{2x}{1-x^2}$.

Exercice n°5 :

Soit h la fonction définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par $h(x)=\cos 2x$

1- Montrer que h réalise une bijection $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ sur [-1, 1].

2- Montrer que h^{-1} est dérivable sur]-1, 1[et que $\left(h^{-1}\right)'(x)=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

3- Soit H la fonction définie ~~sin~~ sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par $H(x)=h^{-1}(\cos x)+h^{-1}(\sin x)$.

Montrer que H est dérivable sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$, calculer H'(x) et en déduire l'expression de H(x).

Exercice n°:

Soit f une fonction deux fois dérivable sur IR.

Sur la figure ci-dessous on désigne par (C) et Γ les courbes représentatives des deux fonctions f et f '.

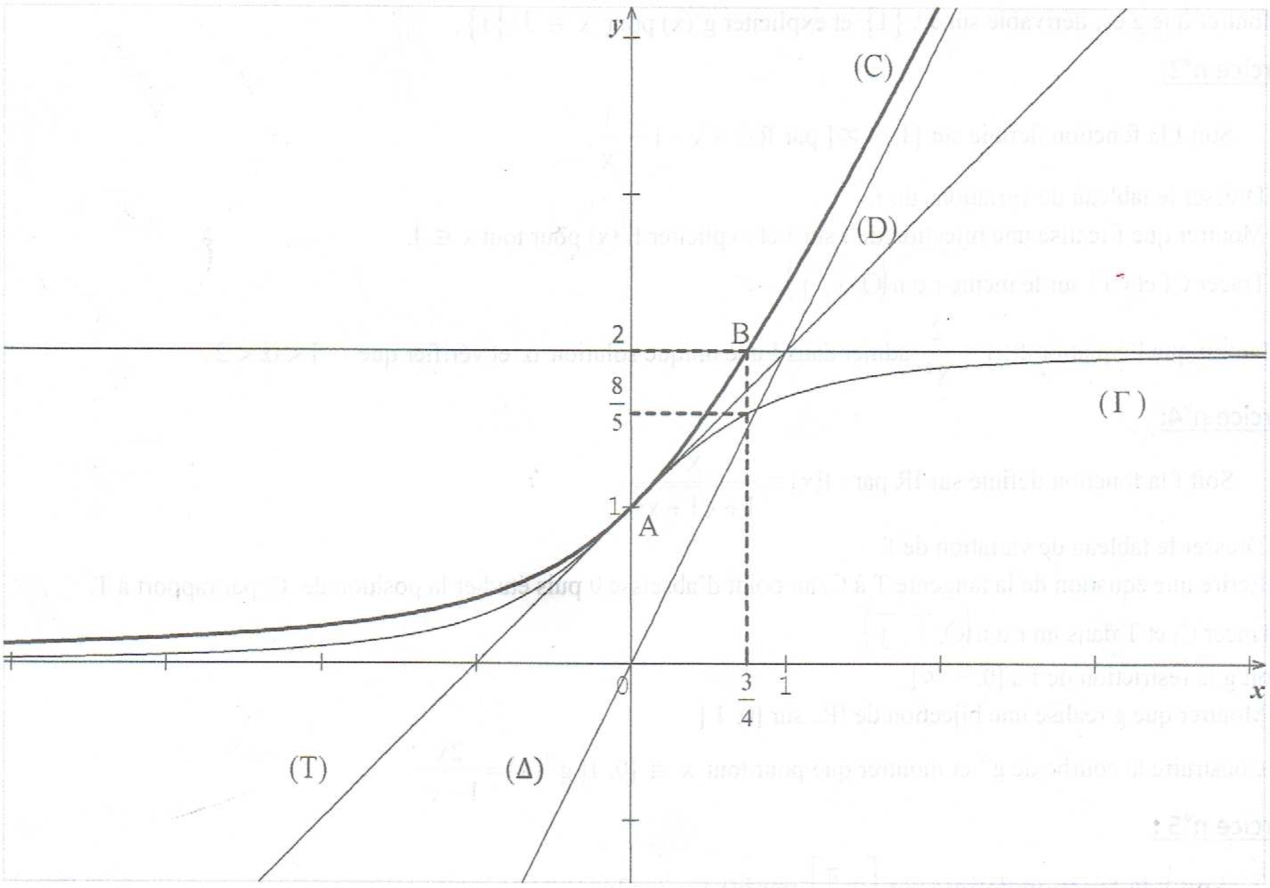
→ T est tangente aux courbes (C) et (Γ) au point A(0,1).

→ B($\frac{3}{4}$,2) est un point de (C).

→ Δ: y= 2x asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

→ D : y=2 asymptote à Γ au voisinage de $+\infty$.

→ L'axe des abscisses est une asymptote à Γ au voisinage de $-\infty$.



1- Justifier que Γ est la courbe de f '.

2- Déterminer graphiquement : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$.

3- Montrer que Cf admet une seule tangente parallèle à la droite (AB).

4-a- Justifier que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b- Montrer que f^{-1} est dérivable en 2 et calculer $\left(f^{-1}\right)'(2)$