CHABCHOUB Taïeb
D: 74 292 291 - B: 74 402 788
P: 98 251 593 - 20 251 593

• **Ex 1)** Soit la fonction f définie sur $]-\infty,-3] \cup [3,+\infty[$ par
$f(x) = x - \sqrt{x^2-9}$

1°) a) Montrer que f est continue en tout réel de $]-\infty,-3] \cup [3,+\infty[$ et dérivable en tout réel de $]-\infty,-3[\cup]3,+\infty[$

b) Etudier la dérivabilité de f à gauche en -3 et à droite en 3.
Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

c) Dresser le tableau de variation de f et construire sa courbe (C) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

2°) Soit g la restriction de f à $[3,+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $[3,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Construire la courbe (C') de g dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

c) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$ avec g^{-1} réciproque de g

3°) Soit h la fonction définie sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ par $h(x) = g\left(\frac{3}{\sin x}\right)$

a) Montrer que h est dérivable sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ et que $\forall x \in]0,\frac{\pi}{2}[$ $h'(x) = \frac{3(1-\cos x)}{\sin^2 x}$

b) Dresser le tableau de variation de h

• **Ex 2)** 1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 2x^2\cos\left(\frac{\pi}{x}\right) + 2x - 2$

a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]1,2[$ une solution α

b) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}^*$ on a : $-2x^2+2x-2 \leq f(x) \leq 2x^2+2x-2$
En déduire que f est prolongeable par continuité en 0 et déterminer son prolongement F. F est-elle dérivable en 0 ?

2°) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x) = 2x^2\cos\frac{\pi}{x} + 2x - 2 & \text{si } x > 0 \\ g(x) = \frac{\sqrt{x^4+4x^2}}{x} & \text{si } x < 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$

a) Montrer que g est continue en 0 ?

b) Etudier la dérivabilité de g en 0

• **Ex 3)** 1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

b) Déterminer $\lim_{x \to 1} \frac{x - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x-1}$

2°) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x < 1 \\ g(x) = x - 1 - \sqrt{x^2-1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) Déterminer $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

b) Etudier la continuité de g en 1

c) Etudier la ~~contin~~ dérivabilité de g en 1

3) Dresser le tableau de variation de g sur $[1,+\infty[$