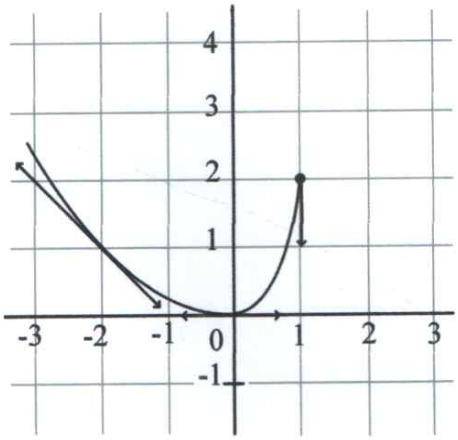
Lycée pilote Sfax Smaoui sofiène	**Série d'exercices n° 8**	$4^{ème}$ Math

1



Le graphique ci-contre représente la courbe d'une fonction f définie sur $]-\infty, 1]$ et dérivable sur $]-\infty, 1[$.

① a) Déterminer $f'(0)$ et $f'(-2)$.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{f(x)-2}{x-1}$.

② Soit g la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $g(x)=\frac{x}{x+1}$.

a) Montrer que g est strictement croissante sur $]-1, +\infty[$.

b) Déterminer alors $g(]-1, +\infty[)$.

③ Soit h la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $h(x)=f\circ g(x)$.

a) Montrer que h est dérivable sur $]-1, +\infty[$. b) Déterminer $h'(0)$ et $h'\left(-\frac{2}{3}\right)$.

2

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1)=0$ et $f'(1)=3$. Déterminer les limites suivantes :

① $\lim\limits_{x\to 3} \frac{f\left(\sqrt{x-2}\right)}{x-3}$. ② $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin(f(x))}{x-1}$.

3

Vérifier dans chacun des cas suivants, que la fonction f est dérivable sur I et déterminer sa dérivée.

① $f: x \mapsto \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$ $I=]0, +\infty[$. ② $f: x\mapsto \sqrt{\sin(\pi x)}$ $I=\left]0, \frac{1}{2}\right]$.

4

Soit f la fonction définie sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ par $f(x)=\frac{1}{1+\cos x}$.

① Montrer que f est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ et déterminer $f'(x)$.

② Montrer que pour tout réel x, $0\le f'(x)\le \frac{\sqrt{2}}{2}$.

③ Montrer que pour tout réel x de $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, $\frac{1}{2}\le \frac{1}{1+\cos x}\le \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}x$.

④ Montrer que pour tout réel x de $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, $\cos x \ge \frac{1-\sqrt{2}x}{1+\sqrt{2}x}$.

5

Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$, par $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\tan x} & \text{si } x\ne \frac{\pi}{2},\\ 0 & \text{si } x=\frac{\pi}{2}.\end{cases}$