Serie(5) Ex 7
serie (7): Ex 1 et 2

Lycée pilote Sfax
Smaoui sofiène

Série d'exercices n°5

$4^{ème}$ Math

1 Soit la fonction $f : x \mapsto x + \sqrt{x^2+1}$.

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

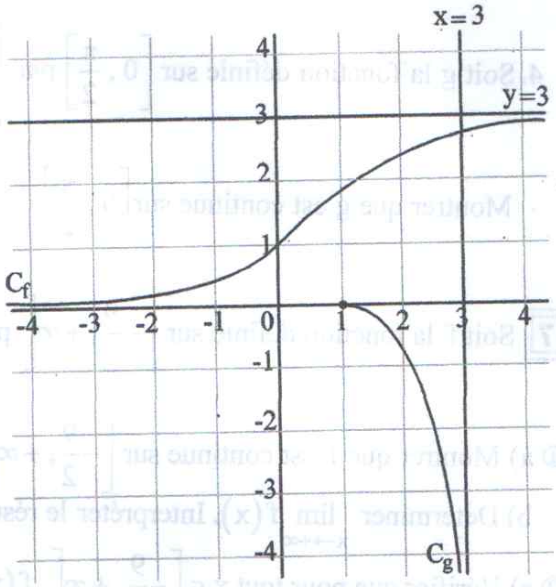
1. Déterminer la nature des branches infinies de C_f.
2. Déterminer la position relative de C_f et de la droite $\Delta : y = 2x$.

2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = x + \sqrt{x+1}$.

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer la nature de la branche infinie de C_f.

3 Dans le graphique ci-contre:



- C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
- $\Delta : y = 0$ et $\Delta' : y = 3$ sont deux asymptotes horizontales à C_f.
- C_g est la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[1, 3[$.
- $D : x = 3$ est une asymptote verticale à C_g.

① On désigne par $h = f \circ g$.

a) Montrer que h est continue sur $[1, 3[$.

b) Calculer $h(1)$ et déterminer $\lim\limits_{x \to 3^-} h(x)$.

② On désigne par $k = g \circ f$.

a) Déterminer l'ensemble des réels x tels que $f(x) \in [1, 3[$.

b) En déduire l'ensemble de définition I de k.

c) Montrer que k est continue sur I.

d) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} k(x)$.

4 Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{2 - \cos\left(\dfrac{\pi}{x-1}\right)}{x-1}$.

① Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

② Déterminer $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$.

5 ① Soit g la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{\pi}{x-1}$.

a) Montrer que g est strictement décroissante sur $]1, +\infty[$.

b) En déduire que $g([3, +\infty[) =]0, \frac{\pi}{2}]$.

② Soit f la fonction définie sur $[3, +\infty[$ par $f(x) = \sin\left(\dfrac{\pi}{x-1}\right)$.

a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Montrer que f est strictement décroissante sur $[3, +\infty[$.