Exercice1

Soit $(0,\vec{u},\vec{v})$ un ron et M(z) on pose $Z=\dfrac{z+1}{z+i}$

1) Déterminer l'ensemble des points M(z) tels que :

a) Z est réel

b) Z est imaginaire

c) $|Z|=1$

Exercice2

Déterminer $z\in\mathbb{C}$ tel que $\dfrac{2z-1}{z^2}$ soit réel.

Exercice3

Déterminer l'ensemble des nombres complexes non nuls tels que

$z, \dfrac{1}{z}$ et $z-1$ aient même module.

Exercice4

Déterminer $E=\{\, M(z)/\ z+\bar{z}=|z|\}$

Exercice5

Soit $u=\sqrt{2+\sqrt{3}}-i\sqrt{2-\sqrt{3}}$

a) Calculer u^2 et mettre u^2 sous la forme trigo

b) En déduire $|u|$ et un argument de u.

Exercice6

P est rapporté à un ron $(0,\vec{i},\vec{j})$ direct, A(-i), B(i) et C(-3i) à tout point M(z)

$(z\neq -3i)$ on associe le point M'(z') définie par $z'=\dfrac{3iz-1}{z+3i}$

1) Déterminer les points M pour lesquels M' = M

2) Montrer que pour $z\neq i$ et $z\neq -3i$ on a : $\dfrac{z'+i}{z'-i}=2\dfrac{z+i}{z-i}$

3) Soit ζ l'ensemble des points M tels que $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{1}{2}$

a) Déterminer et construire ζ. Vérifier que $C\in\zeta$.

b) Montrer que si $M\in\zeta/\{C\}$ alors M' appartient à une droite fixe que l'on précisera et l'on construira.

Exercice7

Soit $z \in \mathbb{C}^*$ on pose $Z = \dfrac{z-1-i}{z}$

1) Montrer que Z^2 est réel $\Leftrightarrow Z = \overline{Z}$ ou $Z = \overline{-Z}$

2) Déduire $F = \{M(z) / Z^2 \text{est réel}\}$; construire F.

Exercice8

Soit $f(z) = \dfrac{1-\overline{z}}{|z|^2 + z}$

1) Déterminer D_f

2) Calculer sous forme algébrique $f(1+i)$

3) Dans cette question on pose $z = e^{i\theta}$ avec $\theta \in]0,\pi[\cup]\pi, 2\pi[$

Déterminer en fonction de θ le module et un argument de $f(z)$.

4) Déterminer et construire $F = \{M(z)/f(z) = 1\}$

Exercice9

A tout $M(z)$ $(z \neq 2i)$ on associe le point $M'(z')/\ z' = f(z) = \dfrac{2i}{\overline{z} + 2i}$ soit $A(2i)$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$; $f(z) = \overline{z} + 2i$

2)a) Déterminer $\Delta = \{M(z)/\ f(z) \text{ est réel}\}$

b) Déterminer $\zeta = \{M(z)/\ |f(z)| = 1\}$

3) Montrer que $\arg(z') \equiv \dfrac{\pi}{2} + \arg(z - 2i)\ [2\pi]$; en déduire que $(AM) \perp (OM')$

Exercice10

$(0, \overline{u}, \overline{v})$ un ron, on considère les points $A(2)$ et $M(2\cos\theta + i)$, on pose $z_1 = 2\cos\theta + i$

a) Déterminer et construire l'ensemble des points $M(z_1)$ avec $\theta \in [0, \pi]$

b) Déterminer θ pour que OAM soit rectangle en M.

c) Déterminer et construire $E = \{M'(z') / z' = z_1 - 2i\sin\theta - i - 1\}$ avec $\theta \in [0, \pi]$

Exercice11 $(0, \overline{i}, \overline{j})$ un ron, $A(i)$ et $B(-i)$; $M(z)$ $(M \neq B)$ on pose $M'(z')/\ z' = \dfrac{1-z}{1-iz}$

1)a) Déterminer $I = \{M(z)/z' \text{ est réel}\}$; b) Déterminer $J = \{M(z)/ |z'| = 1\}$

2)a) Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}/\{-i\}$; $z' + i = \dfrac{-1+i}{z+i}$

b) En déduire que $(\widehat{\overline{i}, \overline{BM'}}) + (\widehat{\overline{i}, \overline{BM}}) \equiv \dfrac{3\pi}{4} [2\pi]$ et $BM'BM = \sqrt{2}$

c) En déduire que si $M \in$ … cercle que l'on précisera