Lycée secondaire Med Ali Sfax Prof : Ridha ALOULOU	**Série N°04** **2020/2021**	4ème Math

Exercice N°1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_1): (2+i)z^2 - 3(1+i)z + 2(1+i) = 0$.

2) En déduire les solutions complexes de l'équation $(E_2): (2z^2 - 3z + 2)^2 + (z^2 - 3z + 2)^2 = 0$.

Exercice N°2 :

1) Calculer les racines carrées du nombre complexe $(-2i\operatorname{tg}^2\theta)$ où θ est un réel de l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

2) a) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^2 - (2+2i)z + 2i(1+\operatorname{tg}^2\theta) = 0$

b) On note z' et z'' les solutions de (E).

Déterminer, suivant les valeurs de θ, la forme exponentielle de z' et z''.

Exercice N°3 :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $(E_1): 2z^2 - 2z + 1 = 0$.

2) a) Vérifier que $\forall\theta \in IR\ \sin^2 2\theta - 2(1+\cos 2\theta) = -4\cos^4\theta$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_2): 2(1+\cos 2\theta)z^2 - 2z\sin 2\theta + 1 = 0$, où $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right[$

Ecrire les solutions z' et z'' de (E_2) sous forme exponentielle.

3) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points M et N d'affixes respectives z' et z''.

Déterminer les ensembles décrits par M et N lorsque θ varie dans l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{4}\right[$.

Exercice N°4 :

1) Déterminer sous forme trigonométrique les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(E): Z^3 = 4\sqrt{2}(-1+i)$.

2) a) En utilisant les racines cubiques de l'unité donner les solutions de (E) sous forme algébrique.

b) Déduire les valeurs de $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$.

3) Soit $f(z) = z^4 + iz^3 - 4\sqrt{2}(-1+i)z + 4\sqrt{2}(1+i)$.

Montrer que l'équation f(z) = 0 admet une solution imaginaire puis résoudre dans $\mathbb{C}$ cette équation.

Exercice N°5 :

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2e^{i\theta}z + 1 + e^{i2\theta} = 0$ avec $\theta \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$

1) On prend $\theta = \pi$.

Résoudre l'équation (E) et écrire ses solutions sous forme trigonométrique.

2) La plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

b) Soient M_1 et M_2 les points d'affixes respectives $z_1 = e^{i\theta} + i$ et $z_2 = e^{i\theta} - i$

Montrer que $\frac{z_2}{z_1} = i\tan\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

c) En déduire que OM_1M_2 est un triangle rectangle en 0.

d) Déterminer θ pour que OM_1M_2 soit isocèle en 0.

e) Déterminer l'ensemble Γ des points M_1 lorsque θ décrit $\left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$

Exercice N°6 :

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2i\sin\theta . z - 1 = 0$ avec $\theta \in]0, \pi[$.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) et écrire ses solutions z_1 et z_2 sous forme exponentielle.

z_1 est la solution telle que $\arg z_1 \equiv \theta[2\pi]$

2) Soit M_1 et M_2 les points d'affixes respectives z_1 et z_2 dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2}}) \equiv \pi - 2\theta[2\pi]$

b) Déterminer θ pour que OM_1M_2 soit équilatéral.

Exercice N°7 :

On considère le nombre complexe $a = \dfrac{-32}{1 + i\sqrt{3}}$

1) Calculer le module et un argument de a.

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(z - i)^4 = a$

Exercice N°8 :

Soit l'équation (E) : $z^3 + 2iz^2 + 4(1-i)z + 16(1-i) = 0$

1) Montrer que (E) admet une solution imaginaire que l'on déterminera.

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

3) Dans le plan complexe **P** muni d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives ; -2 ; $-4i$; $2 + 2i$

a) Ecrire $\omega = \dfrac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ sous la forme trigonométrique.

b) En déduire que ABC est un triangle isocèle et rectangle en A.