LYCEE PILOTE SFAX	Série d'exercices N°	Mr MEGDICH
		4ème MATH

EXERCICE N°1

1) Soit θ un réel de $]0,\pi[$; résoudre l'équation : $z^2-2iz-1-e^{2i\theta}=0$

2) Dans Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$,on considère les points A,M et N d'affixes respectives -1+i , $i+e^{i\theta}$ et $i-e^{i\theta}$ ou θ est un réel de $]0,\pi[$

a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont orthogonaux

b) Montrer que lorsque θ varie dans $]0,\pi[$ les points M et N varient sur un cercle ζ que l'on déterminera

3) a) Déterminer en fonction de de θ l'aire $A(\theta)$ du triangle AMN

b) Déterminer θ pour que $A(\theta)$ soit maximale et placer dans ce cas les points M et N sur le cercle ζ

EXERCICE N°2

Soit θ un réel de $[0,\pi]$ et (E) l'équation dans $\mathbb{C}$ définie par: $z+\frac{1}{z}=2\cos\theta$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

2) a- Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\}$ on a : $\frac{1+e^{ix}}{1-e^{ix}}=\frac{i}{\tan\left(\frac{x}{2}\right)}$

b- Soit u un nombre différent de 1 ; Résoudre dans $\mathbb{C}$: $\frac{z-1}{z+1}=u$ c-Résoudre dans $\mathbb{C}$: $\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^2+\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^2=2\cos\theta$

EXERCICE N°3

Soit θ un réel de $]0,\pi[$ et (E) l'équation dans $\mathbb{C}$ définie par: $z^3+4z^2+\left(5-e^{2i\theta}\right)z-4i\sin\theta e^{i\theta}=0$

a-Vérifier que $e^{i\theta}$ est une racine carré de $\left(1+2i\sin\theta e^{i\theta}\right)$

b-Vérifier que -2 est une racine de (E) puis la résoudre

EXERCICE N° 1(bac)

1)a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E):$z^2-2z+4=0$

b) determiner une écriture exponentiele de chacune des solutions

2) on considère le cercle Γ de centre O et de rayon 2 et le point A d'affixe 2

Placer les points B et C d'affixes $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

3) Soit $\theta\in]-\pi,\pi]$ et M le point du cercle Γ d'affixe $2e^{i\theta}$

On désigne par N le point de Γ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ .Justifier que N a pour affixe $2e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$

4) Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a)Vérifier que la rotation r a pour expression complexe : $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z+2-2e^{i\frac{\pi}{3}}$

b) Soit F et K les milieux respectifs $[BM]$ et $[CN]$ montrer que r(F)=K En déduire la nature de AFK

5)a) Montrer que $AF^2=4-2\sqrt{3}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$

b) En déduire l'affixe du point M pour laquelle AF est maximale et construire le triangle AFK correspondant