Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

EXERCICE N°1

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1) On considère trois points A,B et C d'affixes respectives a ,b et c deux à deux distincts M est un point d'affixe z telle que $\frac{z-b}{c-a}$ et $\frac{z-c}{b-a}$ sont imaginaires purs ;

Le point M est l'orthocentre de ABC

2) A et B deux points d'affixes respectives 1 et i pour tout point M d'affixe z on a :

a) AM =2 si et seulement si $\bar{z}\,z-z-\bar{z}-3=0$

b) M$\in(AB)$ si et seulement si $(1+i)z-(1-i)\bar{z}-2i=0$

3) ABC est un triangle équilatéral direct si et seulement si $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=e^{i\frac{\pi}{3}}$

4) On pose z$=-\sqrt{2+\sqrt{2}}+i\sqrt{2-\sqrt{2}}$

a) la forme exponentielle de z^2 est 4 $e^{i\frac{3\pi}{4}}$ b) la forme exponentielle de z est $2e^{i\frac{\pi}{8}}$

c) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ *sont* les sinus et cosinus de $\frac{\pi}{8}$

EXERCICE N°2

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1) L'ensemble des points M(z) du plan tels que $\bar{z}=\frac{2|z|+3}{z}$ est un cercle

2) si M(z) un point du plan tel que $\frac{z-2i}{z-1-i}=e^{i\theta}$ avec $\theta\in\mathbb{R}$ alors M appartient à la droite d'équation y=x+1

3) ζ est un cercle de diamètre $[AC]$ et de centre I ; B est un point de ζ tel que $AB=IA$ (ABC est direct)

Alors $\frac{z_B-z_C}{z_B-z_A}=-i\sqrt{3}$

4) Soit Z=1+$\cos\left(\frac{8\pi}{7}\right)+i\sin\left(\frac{8\pi}{7}\right)$; $\frac{4\pi}{7}$ est un argument de Z

EXERCICE N°3

1) Le point E a pour affixe z_E=3+i et le point F a pour affixe z_F=1+3i

a) Placer les points E , F et H tel que EHF soit un triangle rectangle isocèle direct de sommet principal H

b) Montrer que z_H=3+3i

2) A, B, Cet D quatre points du plan.

Construire les triangles isocèles directs et rectangles BIA, AJD, DKC et CLB respectivement en I, J, K et L

3) On désigne par a ,b ,c et d les affixes respectives de A,B,C et D

a) Montrer que $z_I=\frac{ia-b}{i-1}$ et déterminer de même (sans démonstration) z_J ,z_L et z_K

b) Montrer alors $(JL)\perp(KI)$ et que JL=KI