LYCEE PILOTE SFAX	Série d'exercices N°6	M^r MEGDICH
		4ème MATH

EXERCICE N°1

On pose $z=e^{i\frac{2\pi}{5}}$ et $S=1+z+z^2+z^3+z^4$

1) Montrer que S=0

2) Déduire que $\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}=\frac{-1}{2}$. Calculer alors $\cos\frac{2\pi}{5}$

EXERCICE N°2

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^5=1$ (I).
Placer les points images A,B,C,D et E des solutions de l'équation (I)

2) On considère le polynôme $Q(z)=(1-z)^4+(1-z)^3+(1-z)^2+(1-z)+1$

a-Vérifier que : $z.Q(z)=1-(1-z)^5$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation Q(z)=0 (II)

c-En déduire une factorisation de Q(z) en un produit de quatre binômes

3) Montrer que AB .AC.AD.AE=5

EXERCICE N°3

Soit a un nombre complexe et A le point d'affixe a

1)a) Représenter Δ l'ensemble des points A tels que $|a|=|a-1|$

b) Montrer que si $A\in\Delta$ alors $a-1=-\bar{a}$ En déduire que $\arg(a)+\arg(a-1)\equiv\pi[2\pi]$

2) On se propose de résoudre dans C l'équation (E) : $z^3=i(z-1)^3$

a) Montrer que si z est solution de (E) alors $|z|=|z-1|$

b) On pose $\arg(z)\equiv\theta[2\pi]$;pour quelles valeurs de θ ,z est il solution de (E)

c) construire les images des solutions de (E) puis écrire sous forme trigonométrique ces solutions

EXERCICE N°4

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2-(2+i)az+2a^2i=0$ *avec* $a\in\mathbb{C}$ on désigne par z' et z'' les solutoins de l'équation

2) on désigne par A,N, M' et M'' les points d'affixes 1,a,z' et z''

a)Déterminer l'ensemble(C) des points N pour lesquels A,M' et M'' sont alignés

b) Déterminer l'ensemble(C') des points N pour lesquels AM' =AM''

EXERCICE N°5

On considère l'équation (E) : $z^3+az^2-\bar{a}z-1=0$ avec $a\in\mathbb{C}^*$

1)a) Montrer que si z_0 ,z_1 et z_2 sont soluitons de (E) dans $\mathbb{C}$ alors $z_0z_1z_2=1$

b) Montrer que si z est une solution de (E)alors $\frac{1}{\bar{z}}$ est aussi solution de (E)

c) Déduire que (E)admet au moins une solution de module 1

2) on suppose que $|a|=1$

a) Vérifier que –a est une solution de (E)

b) soit θ un argument de a . Déterminer les solutions de (E).

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $2z^3+(1+i\sqrt{3})z^2-(1-i\sqrt{3})z-2=0$