Exercice n°1 :

1- Soient Z_1 et Z_2 deux nombres complexes de même module. Montrer que: $Z = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ est réel.

2- Soient Z_1 et Z_2 deux nombres complexes non nuls. Montrer que : $\left|\frac{Z_1}{|Z_1|^2} - \frac{Z_2}{|Z_2|^2}\right| = \frac{|Z_1 - Z_2|}{|Z_1 Z_2|}$

Exercice n°2:

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

Déterminer et représenter les ensembles suivants.

$E_1 = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que : } z = 1 + 3im \text{ où } m \in [-1,1] \right\}$

$E_2 = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que : } z = m + 1 + 4im \text{ où } m \in IR \right\}$

$E_3 = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que : } z = m(1 + 4im) \text{ où } m \in IR \right\}$

Exercice n°3:

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

Déterminer et représenter les ensembles suivants :

$F_1 = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que : } \frac{z-2i}{z+i} \text{ soit réel} \right\}$

$F_2 = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que : } \frac{z+3i}{z-i} \text{ soit imaginaire} \right\}$

$F_3 = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que : } |iz+2| = |z+3i| \right\}$

Exercice n°4:

Le plan P est muni d'un r.o.n.d $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$On désigne par A et B les points d'affixes respectives 2 et -2.

A tout point M d'affixe z ($z \neq 2$), on associe le point N d'affixe $\bar{z}$ et M' d'affixe $z' = \frac{2z-4}{\bar{z}-2}$.

1- Déterminer z' et $|z'|$ lorsque $z = 5$ et $z = 1+i$.

2- Montrer que pour tout z distinct de 2, $|z'| = 2$.

3- Déterminer l'ensemble Γ des points M d'affixe z ($z \neq 2$) tels que $M' = B$.

4- On note $Z_{\overline{AM}}$ et $Z_{\overline{BM'}}$ les affixes respectives des vecteurs $\overline{AM}$ et $\overline{BM'}$.

Montrer que $\frac{Z_{\overline{AM}}}{Z_{\overline{BM'}}}$ est réel et interpréter géométriquement le résultat obtenu.

Exercice n°5:

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, soient A(1) et B(- 1).

A tout point M(z) distinct de A on associe le point M'(z') tel que : $z' = \frac{z-1}{1-\bar{z}}$.

1-a- Vérifier que $|z'| = 1$.

b- Montrer que $\frac{z'-1}{z-1}$ est réel et que $\frac{z'+1}{z-1}$ est imaginaire.

2-a- Interpréter géométriquement les résultats de la question 1.

b- Donner une construction géométrique du point M' à partir du point M.

Exercice n°1 :

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives : $a = \sqrt{3} + i$ et $b = -1 + i\sqrt{3}$.

1- Ecrire a et b sous forme trigonométrique.

2- Montrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

3- Soit C le point de P tel que : $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

a- Placer, dans le repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, les points A, B et C et préciser la nature du quadrilatère OACB.

b- Donner, en fonction de a et b, l'affixe t du point C.

c- Vérifier que b = ia puis donner la forme trigonométrique de t et en déduire la valeur de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et de $\sin\frac{5\pi}{12}$.

Exercice n°2 :

Soit $\theta \in]0, \pi[$, $z_1 = e^{i\theta} + 1$, $z_2 = e^{i\theta} - 1$, $z_3 = 2e^{i\theta}$

1- Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle et montrer que OBCA est un rectangle avec $A(z_1)$; $B(z_2)$ et $C(z_3)$.

2- Déterminer θ pour que OBCA soit un carré.

Exercice n°3 :

Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

A tout point M de $P \setminus \{O\}$, d'affixe non nulle z, on associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \frac{-2i}{\bar{z}}$.

1- Soit A le point d'affixe $(1 + 2i)$, calculer l'affixe du point A' image de A par f.

2- Dans cette question, on pose $z = e^{i\theta}$; $\theta \in IR$, donner la forme trigonométrique de z'.

3- Montrer que : $|z'| = \frac{2}{OM}$ et en déduire que si M appartient au cercle ζ de centre O et de rayon 1, alors M' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice n°4:

Le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Soit (C) le cercle de centre A d'affixe 1 et de rayon 1.

A tout point M (z) de (C) distinct de O on associe le point M' (z') symétrique de M par rapport à l'axe $(O, \vec{u})$

1-a- Montrer que $z = 1 + e^{i\theta}$ avec $\theta \in]-\pi, \pi[$.

b- Déterminer alors z'.

2-a- Exprimer en fonction de θ le rapport $\frac{z}{z'-1}$.

b- Déterminer alors les ensembles suivants :

$E = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que } \overrightarrow{AM'} \text{ et } \overrightarrow{OM} \text{ soient colinéaires} \right\}$ et $F = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que } \overrightarrow{AM'} \text{ et } \overrightarrow{OM} \text{ soient orthogonaux} \right\}$