CHABCHOUB Taïeb
D: 74 292 291 - B: 74 402 788
P: 98 251 593 - 20 251 593

*** Ex 1)** Le plan Complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$. On considère le point I d'affixe i et le point M d'affixe $Z = \sin\theta + i(1-\cos\theta)$ avec $\theta \in]-\pi, 0[$

1°) Déterminer le module et un argument de Z

2°) Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe Z lorsque θ décrit $]-\pi, 0[$

3°) Soit M_1 et M_2 deux points du plan d'affixes respectives $\bar{Z}$ et $\dfrac{Z_1^2}{\bar{Z_1}}$

Montrer que le triangle $M M_1 M_2$ est isocèle en M

*** Ex 2)** Soit le nombre Complexe $Z = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}$

1°) Calculer Z^2. En déduire le module et un argument de Z^2

2°) Donner alors la forme trigonométrique de Z

3°) Déduire les valeurs de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$

*** Ex 3)** Soit $Z = (x-2)\left(\cos\frac{\pi}{8} - i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ avec $x \in \mathbb{R}$

1°) Déterminer suivant les valeurs du réel x le module et un argument de Z

2°) Montre que Z^{2012} est un ~~réel positif~~ imaginaire

*** Ex 4)** 1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $|Z-1|^2 + \bar{Z} - 1 = 0$

Soit E l'ensemble des solutions

2°) Pour tout $Z \in \mathbb{C} \setminus E$ on pose $f(Z) = \dfrac{iZ^2}{|Z-1|^2 + \bar{Z} - 1}$

Montrer que $f(Z) = \dfrac{iZ}{\bar{Z} - 1}$

3°) le plan Complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{OA}, \vec{OB})$

Soit les points I, M et M' d'affixes respectives $-i$, Z et $Z' = f(Z)$

a) Montrer que : M est un point de la médiatrice de $[OA] \Longleftrightarrow M' = I$

b) Montrer que $(\widehat{\vec{OM}, \vec{OM'}}) \equiv \frac{\pi}{2} + (\widehat{\vec{OA}, \vec{AM}})\ [2\pi]$

4°) On pose $Z = \cos\theta + i\sin\theta$ avec $\theta \in]0, 2\pi[$

a) Déterminer en fonction de θ le module et un argument de $f(Z)$

b) Prouver que M appartient au cercle de centre O et de rayon 1 privé du point A

c) Déterminer et construire les points M tel que M' appartient à la droite Δ d'équation $y = x$ privée du point O.

*** Ex 5)** 1) Soit $Z \in \mathbb{C}^*$ Montrer que : $|Z| = |Z-1|$ si et seulement si $Z - 1 = -\bar{Z}$

2°) Soit A le point d'affixe 1 du plan Complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Montrer que si M appartient à la médiatrice de $[OA]$ alors :

$$\arg Z + \arg(Z-1) \equiv \pi \quad [2\pi]$$