PHYSIQUE BAC 2020

facebook : khazrischool

khazriscool

EXOS *résolus*

RÉSUMÉ DU CONDENSATEUR

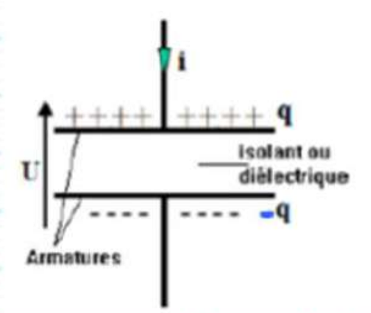
Résumé de cours et conseils de méthode

cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

Définition: un Condensateur est un dipôle électrique constitué de deux plaque appelées armatures separées par un isolant (dielectrique)

- On donne ci contre le symbole d'un Condensateur.



*** Relation charge-tension**

La charge d'un Condensateur.

notées q est liée a la tension U par la relation

$$\underset{(C)}{q} = \underset{(F)}{C} \times \underset{(V)}{U} = C \times U_c$$

telle que $q >$

*** Capacité d'un Condensateur.**

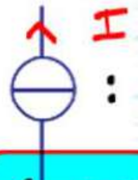
Le facteur de proportionnalité C est appelé capacité d'un Condensateur.

- Son unité est le Farad.

* les sous multiples de farad :

- le millifarad : $1mF = 10^{-3} F$
- le microfarad : $1\mu F = 10^{-6} F$
- le nanofarad : $1nF = 10^{-9} F$
- le picofarad : $1pF = 10^{-12} F$

* Expression de l'intensité :



: générateur du courant qui donne un courant cte

$$i = I = I_0 = cte \Rightarrow I = \frac{q}{t}$$

$$\Rightarrow q = I \times t$$

(C) (A) (S)

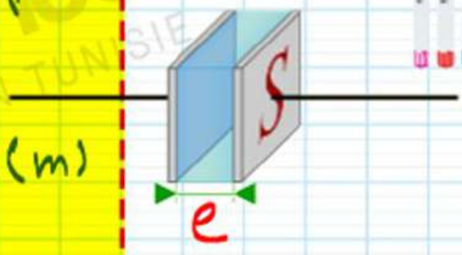
générateur de tension qui donne une tension $E = cte$ et un courant i variable.

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(\widetilde{C u_c}) = C \frac{du_c}{dt}$$

cte variable

* Condensateur plan :

$$\underset{(F)}{C} = \underset{(F.m^{-1})}{\varepsilon} \, \frac{\overset{(m^2)}{S}}{\underset{m}{e}} = \overset{(\text{sans unité})}{\varepsilon_r} \, \underset{(F.m^{-1})}{\varepsilon_0} \, \frac{\overset{(m^2)}{S}}{\underset{(m)}{e}}$$



ε_r : permittivité relative

ε : permittivité absolue

ε_0 : permittivité du vide, tel que $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{36\pi^2 . 10^9}$ $(F.m^{-1})$

* Energie emmagasinée par un condensateur

$$\underset{(J)}{E_c} = \frac{1}{2} \underset{(F)}{C} \, \underset{(V)}{u_c}^2$$

or $\boxed{q = C \times u_c}$

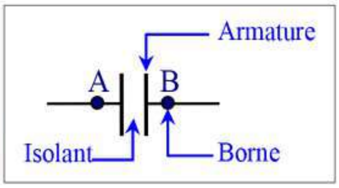
Donc

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} q u_c}$$

Dipole RC

1. Le condensateur

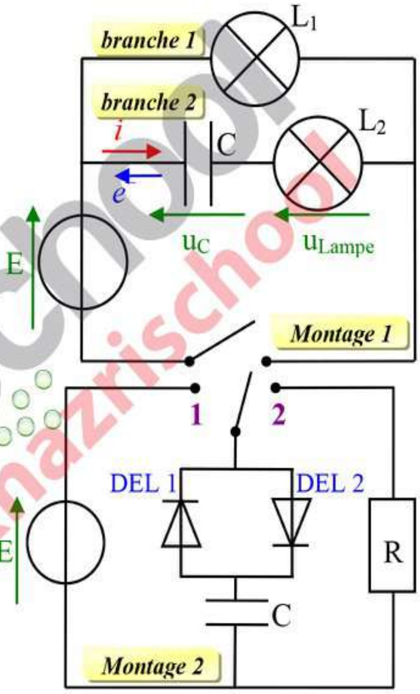
1.1. Description et symbole



Un **condensateur** est constitué de deux conducteurs, appelés ***armatures***, dont les surface en regard sont séparées par un isolant appelé le ***diélectrique***.

Rem. : Les électrons ne peuvent pas traverser le diélectrique (isolant).

1.2. Le condensateur en courant continu



1.2.1. Charge du condensateur

Lorsque l'on ferme l'interrupteur (Montage 1) la lampe L_1 brille instantanément et reste éclairée : le courant passe de façon permanente.
En revanche la lampe L_2 ne brille que de façon transitoire ; elle s'éteint après un court instant : le courant passe de façon transitoire.

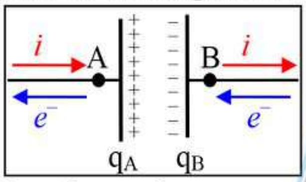
Appliquons la loi d'additivité des tensions (ou loi des mailles) au circuit comportant L_2 : $E = u_C + u_{Lampe}$. Lorsque la lampe L_2 est éteinte alors $u_{Lampe} = 0$ et donc $\mathbf{u_C = E}$. L'intensité circulant dans le circuit est alors nulle $\boldsymbol{i = 0}$.

1.2.2. Décharge du condensateur

Lorsque l'interrupteur (Montage 2) est en position 1, la DEL 2 s'éclaire un court instant puis s'éteint : le condensateur s'est chargé.
Lorsque l'interrupteur est en position 2, la DEL 1 s'éclaire un court instant puis s'éteint : le condensateur s'est déchargé.
En conclusion, le condensateur accumule de l'énergie puis la restitue.
Le courant lors de la décharge est dans le sens contraire du courant de charge.

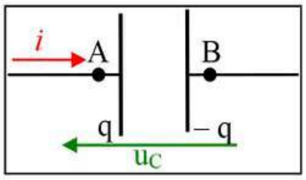
1.2.3. Les charges portées par les armatures

Lors de la charge, la borne du condensateur (borne A sur le schéma) reliée au potentiel le plus élevé se charge positivement : des électrons « fuient » l'armature A. À l'inverse la borne B se charge négativement : des électrons s'accumulent sur la borne B. A l'intérieur du condensateur il n'y a pas de déplacement de charges. Au cours de la charge du condensateur le potentiel de l'armature A devient positif alors que le potentiel de l'armature B devient négatif : la différence de potentiel $u_C = V_A - V_B$ augmente.



Les charges des armatures A et B vérifient l'égalité : $q_A = -q_B$, à tout instant.

1.3. Relation charge-intensité



Convention d'orientation **:** on oriente le circuit de A vers B. i est algébrique : si le courant circule dans le sens choisi alors $i > 0$; s'il circule dans le sens inverse alors $i < 0$.
On place u_C tel que sur le schéma ci-contre. Notons q la charge de l'armature A.

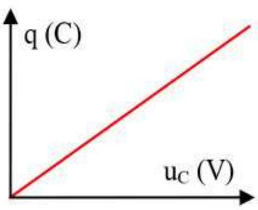
Le courant i correspond au débit d'électrons circulant dans le circuit. Entre les instants t et t + dt, la charge de l'armature A augmente de dq donc la charge traversant le circuit est égale à dq ainsi :

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$i(t)$:intensité à l'instant t (A)
q : charge en coulomb (C)
t : temps en (s)

Rem. : si $i > 0$ alors $\frac{dq}{dt} > 0$ (q ↑) : le condensateur se charge ; si $i < 0$ alors $\frac{dq}{dt} < 0$ (q ↓) : décharge du condensateur.

1.4. Relation charge-tension



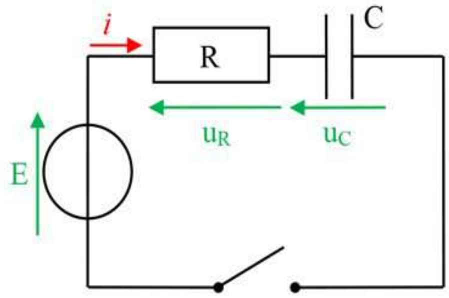
On remarque, en traçant la charge q portée par l'armature d'un condensateur en fonction de la tension u_C à ses bornes, que la charge q est proportionnelle à u_C. Le coefficient de proportionnalité, nommé capacité, est noté C. Il est caractéristique d'un condensateur et s'exprime en farad (F).

...lomb (C)
...r en farad (F)
...du condensateur (V)

2. Le dipôle RC

2.1. Réponse d'un circuit RC à un échelon montant de tension : charge du condensateur

2.1.1. Montage expérimental



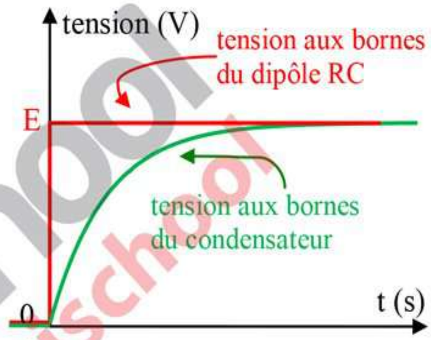
On envisage un dipôle RC, c'est-à-dire l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C.

2.1.2. Observations expérimentales

A l'instant $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur. La tension aux bornes du dipôle RC passe alors instantanément de 0 à E : c'est un échelon de tension.

La tension aux bornes du condensateur, en revanche, ne subit pas de discontinuité : elle passe de 0 à E également, mais pas instantanément. On note l'existence d'un ***régime transitoire***, pendant lequel la tension u_C augmente, et d'un ***régime permanent*** (ou ***régime stationnaire***), pendant lequel la tension u_C est constante et égale à E.

2.1.3. Étude théorique



Étudions le cas évoqué, et établissons l'expression de la tension u_C.

D'après la loi d'additivité des tensions : $E = u_R(t) + u_C(t)$.

Or $u_R = R\times i$ (loi d'Ohm) et $i = \frac{dq}{dt}$; avec $q(t) = C\times u_C(t)$ donc $i = \frac{d(C\times u_C)}{dt}$;

puisque C est indépendant de t alors $i = C\times\frac{du_C}{dt}$ et par suite : $u_R = RC\times\frac{du_C}{dt}$.

Ainsi la tension u_C, aux bornes du condensateur, est une solution de l'équation différentielle : $RC\times\frac{du_C}{dt} + u_C = E$.

Cette dernière peut se mettre sous la forme : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}\times u_C = \frac{1}{RC}\times E$ On pose $\tau = RC$ en effet :

$\frac{du_C}{dt}$ est homogène à une tension sur un temps, donc $\frac{u_C}{RC}$ également. Par conséquent RC est homogène à un temps.

On montre mathématiquement que cette équation différentielle du premier ordre à coefficient constant et second membre constant possède comme solution : $u_C = A.\ e^{-\frac{t}{\tau}} + B$, avec $\tau = RC$.

Conditions aux limites :

- à t = 0, la tension u_C aux bornes du condensateur est nulle : $0 = A.e^0 + B$ donc $A = -B$.
- Lorsque t tend vers l'infini, u_C tend vers E ($e^{-\frac{t}{\tau}} \to 0$) : $\lim\limits_{t\to\infty} u_C(t) = E = A\times 0 + B$. Ainsi $B = E$ et $A = -E$.

Solution de l'équation différentielle :

Par conséquent : $u_C = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ que l'on peut écrire : $\boxed{u_C(t) = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

Dérivons $u_C(t)$ par rapport au temps : $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ et réinjectons $\frac{du_C(t)}{dt}$ dans l'équation différentielle :

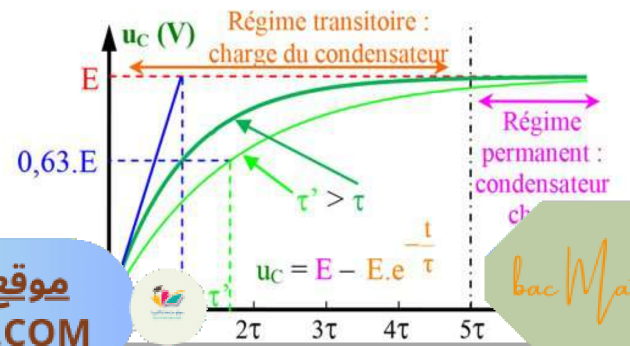
$\frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{RC} \Leftrightarrow \frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \cancel{\frac{E}{RC}} - \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \cancel{\frac{E}{RC}} \Leftrightarrow \frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow \tau = R.C$: constante de temps (s)

Analyse dimensionnelle : RC est homogène à un temps : $[RC] = [R].[C] = \frac{\cancel{[U]}}{[I]}.\frac{[Q]}{\cancel{[U]}} = \frac{\cancel{[I]}.[t]}{\cancel{[I]}} = [t] = T$

2.1.4. Influence de la constante de temps

Plus τ est élevé, plus le condensateur met du temps à se charger. τ augmente lorsque :

- la résistance R du conducteur ohmique augmente
  physiquement : plus R est élevée, plus le courant i qui circule à travers la résistance est faible. En conséquence le débit de charge est plus faible et donc il faut plus de temps pour charger complètement le condensateur.
- la capacité C du condensateur augmente
  physiquement : plus C est élevée plus la charge Q du condensateur, soumis à une tension E à ses bornes, est élevée (puisque $Q = C\times E$), et [...] charges portées par un [...] de temps pour charger l[...]



Détermination graphique de la constante de temps τ :

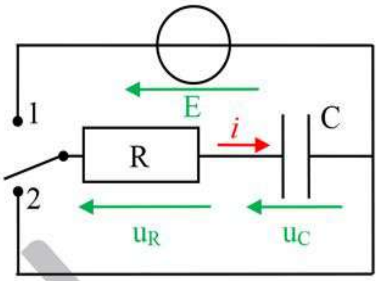
1ère méthode : La tangente à la courbe à t = 0, coupe l'asymptote $u = E$ au point d'abscisse τ

2ème méthode : Pour $t = \tau$, $u_C = (1 - \frac{1}{e}).E = 0,63.E$ (63 % de E).

On considère que le condensateur est pratiquement chargé si la tension u_C est au moins égale à 99% de la tension finale E. Cette situation est vérifiée pour $t > 5.\tau$ (annexe 3)

2.2. Échelon descendant de tension : décharge du condensateur

2.2.1. Montage expérimentale

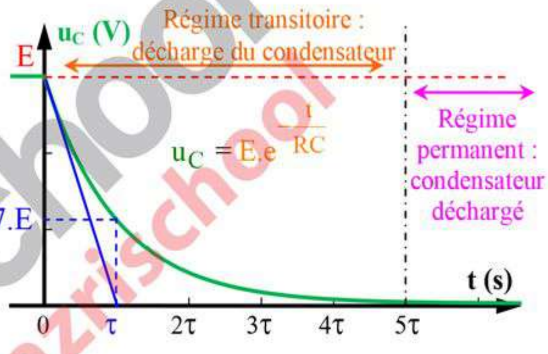


On charge un condensateur sous une tension E (interrupteur en position 1).
Pour étudier la décharge, on bascule l'interrupteur en position 2, à l'instant t = 0.

2.2.2. Observations expérimentales

La tension aux bornes du dipôle RC passe instantanément de E à 0.

La tension aux bornes du condensateur ne subit pas de discontinuité : elle passe de E à 0, mais pas instantanément. On note l'existence d'un ***régime transitoire***, pendant lequel la tension u_C diminue, et d'un ***régime permanent*** (***ou stationnaire***), pour lequel la tension u_C est constante et égale à 0.



2.2.3. Étude théorique

Établissons l'expression de la tension u_C dans le cas évoqué.
D'après la loi d'additivité des tensions : $0 = u_R + u_C$.

Ainsi : $R.i + u_C = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ car $q = C.u_C$

La tension aux bornes du condensateur satisfait à l'équation : $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$: solution du type : $u_C(t) = A.e^{-\alpha t} + B$

Conditions aux limites : $u_C(\infty) = 0 \Rightarrow B = 0$ et $u_C(0) = E \Rightarrow A = E$ donc $u_C(t) = E.e^{-\alpha t}$ ainsi $\frac{du_C}{dt} = -E.\alpha.e^{-\alpha t} = -\alpha.u_C(t)$

Solution de l'équation différentielle : $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Leftrightarrow -RC.\alpha.u_C + u_C = 0$ soit $\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$ avec $\tau = RC$!

La tension aux bornes du condensateur s'écrit donc : $\boxed{u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$ avec $\tau = RC$.

2.2.4. La constante de temps

Détermination graphique de la constante de temps τ :

1ère méthode : la tangente à la courbe à t = 0, coupe l'axe des abscisses (asymptote u = 0) à $t = \tau$ (annexe 2).

2ème méthode : Pour $t = \tau$, $u_C = \frac{1}{e}.E = 0,37.E$

On considère que le condensateur est pratiquement déchargé si la tension u_C est inférieure ou égale à 1% de la tension initiale E. Cette situation est vérifiée pour $t > 5.\tau$ (annexe 4)

2.3. Expressions des autres grandeurs électriques

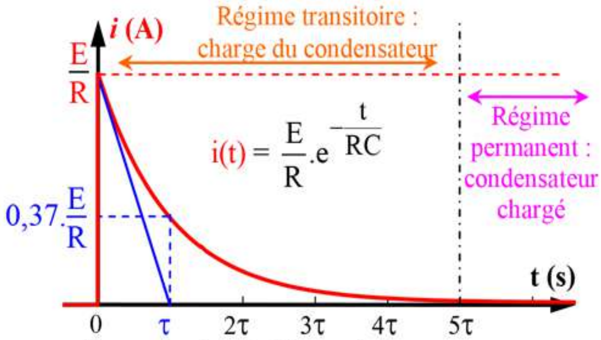
	charge du condensateur (initialement déchargé)		décharge du condensateur (initialement chargé Q = C.E)	
tension aux bornes du condensateur : $u_C(t)$	$u_C = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$		$u_C = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$	
charge portée par une armature : $\mathbf{q(t) = C.u_C(t)}$.	$q(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$		$q(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$	
	$q(0^-) = 0$	$q(0^+) = 0$	$q(0^-) = C.E$	$q(0^+) = C.E$
intensité circulant dans le circuit : $\mathbf{i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}}$	$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$		$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$	
	$i(0^-) = 0$	$i(0^+) = \frac{E}{R}$	$i(0^-) = 0$	$i(0^+) = -\frac{E}{R}$

Lors de la charge : à $t = 0^+$, $u_R(t) + u_C(t) = E$ et $u_C(0^+) = 0$, donc $u_R(0^+) = E$ et donc $R.i(0^+) = E$: $i(0^+) = \frac{E}{R}$

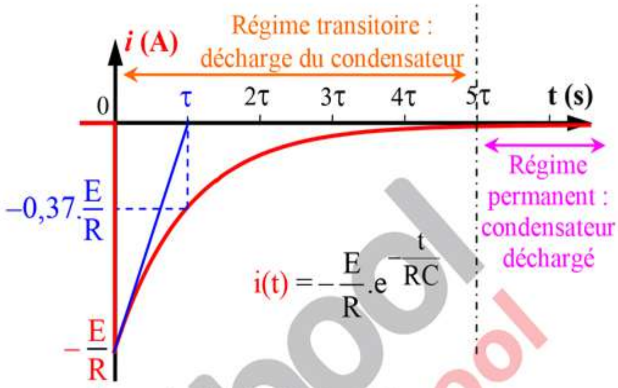
Lors de la décharge : à $t = 0^+$, $u_R(t) +$ … $+ E = 0$ et donc $R.i(0^+) = - E$: $i($…

Rappel : si $i > 0$ alors le courant circule dans le sens d'orientation choisi. Si $i < 0$, le courant circule dans le sens opposé. Lors de la charge, le courant circule dans le sens d'orientation choisi ; lors de la décharge le courant circule dans le sens opposé !

La charge portée par une armature ne subit pas de discontinuité. Il y a continuité de la charge **et de la *tension***.
En revanche l'intensité qui circule dans le circuit subit une discontinuité. À $t_0 = 0$, elle passe instantanément, à la fermeture de l'interrupteur, de 0 à $I_{max} = \frac{E}{R}$ dans le cas de la charge et de 0 à $-\frac{E}{R}$ pour la décharge.



discontinuité de l'intensité i traversant le circuit lors de la charge



discontinuité de l'intensité i traversant le circuit lors de la décharge

3. Énergie stockée par un condensateur

Comme nous l'avons vu en préambule de ce chapitre, le condensateur permet de stocker de l'énergie électrique au cours de la charge. Cette énergie peut être restituée ensuite au cours de la décharge.
Quelle est l'expression de cette énergie ?

La puissance électrique instantanée échangée par le condensateur avec le circuit est : $\mathcal{P}_e(t) = u_C(t)\times i(t) = \frac{d\mathcal{E}_{élec}}{dt}$

Entre t et t + dt, l'énergie échangée entre le condensateur et le circuit est donc : $d\mathcal{E}_{élec} = \mathcal{P}_e(t).dt = u_C(t)\times i(t)\times dt$

Ainsi : $d\mathcal{E}_{élec} = u_C(t)\times C.\frac{du_C(t)}{dt}\times dt = C.u_C(t).du_C(t) = d(\frac{1}{2}C.u_C(t)^2)$

Lors de la charge (condensateur initialement déchargé), par identification : $\mathcal{E}_{élec} = \frac{1}{2}.C.u_C(t)^2$

L'énergie électrique stockée par un condensateur est : $\mathcal{E}_{élec}(t) = \frac{1}{2}.C.u_C(t)^2 = \frac{1}{2}.\frac{q(t)^2}{C}$

L'énergie électrique maximale stockée par le condensateur, chargé sous une tension E, est donc : $\mathcal{E}_{max} = \frac{1}{2}.C.E^2$.

Cette énergie peut également s'exprimer (Q = C.E) de la façon suivante : $\mathcal{E}_{max} = \frac{1}{2}.Q.E = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}$

Les échanges énergétiques ne peuvent pas s'effectuer instantanément (une puissance ne peut pas être infinie). L'énergie ne subit donc pas de discontinuité. En conséquence, comme nous l'avons signalé dans les paragraphes 2.1.2 ci-dessus et 2.2.2, ni la tension ni la charge portée par une armature ne subissent de discontinuité.

Rem. : dans le cas du dipôle RC, l'énergie stockée par le condensateur lors de la charge est dissipée sous forme d'effet Joule par la résistance lors de la décharge !

PHYSIQUE BAC 2020

facebook : khazrischool

khazriscool

KS

EXOS *résolus*

RÉSUMÉ
DIPOLE RC

Résumé de cours et conseils de méthode

cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

Le dipôle RC

I - un Condensateur :

un Condensateur comporte deux plaques Conductrices en regard (plaque ou film métallique) séparées par un isolant (air, papier) appelé diélectrique.

symbole d'un Condensateur

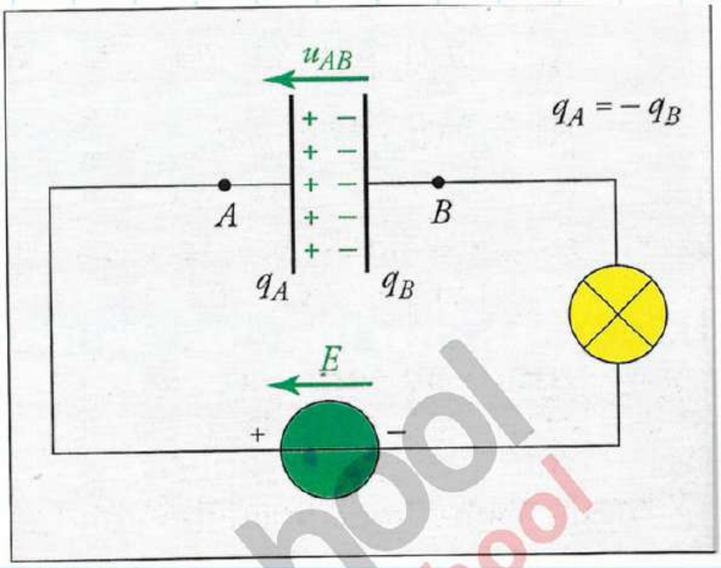
Remarque :

: générateur de Courant (donne I = cte)

: générateur de tension (donne tension cte)

Le dipôle RC

1°/ Relation entre les charges

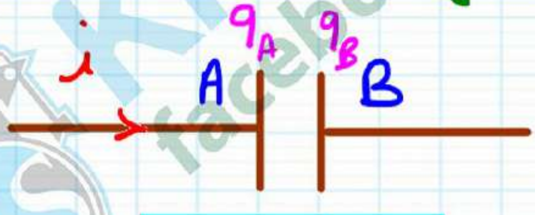


Les armatures portent à chaque instant des charges oposées.

$$q_A(t) = -q_B(t)$$

$|q_A| = |q_B|$ est appelée la charge du condensateur ou quantité d'électricité emmagasinée.

2_Relation entre charge et intensité.



$$i = \frac{dq_A}{dt}$$

Si $i > 0 \Rightarrow q_A$ augmente et $\frac{d}{dt}q_A > 0$

Si $i < 0$ ... et $\frac{dq_A}{dt} < 0$

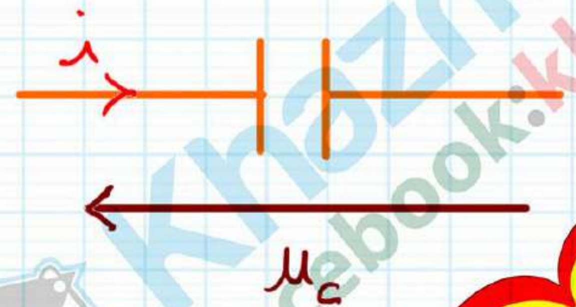
Le dipôle RC

. Si on charge un Condensateur avec un générateur de courant qui délivre un courant d'intensité C^{te} I on a :

$$\boxed{\underbrace{q}_{(C)} = \underbrace{I}_{(A)} \times \underbrace{t}_{(S)}}$$

A $t = 0 \Rightarrow q = 0$ le Condensateur n'est pas chargé.

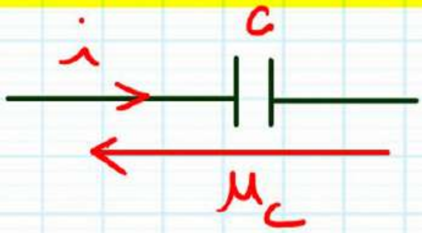
3_ Relation entre charge, tension et capacité



$$\boxed{q = u_C \times C} \Rightarrow \underbrace{u_C}_{(V)} = \frac{\overbrace{q}^{(C)}}{\underbrace{C}_{(F)}}$$

Le dipôle RC

4- Relation entre intensité - tension



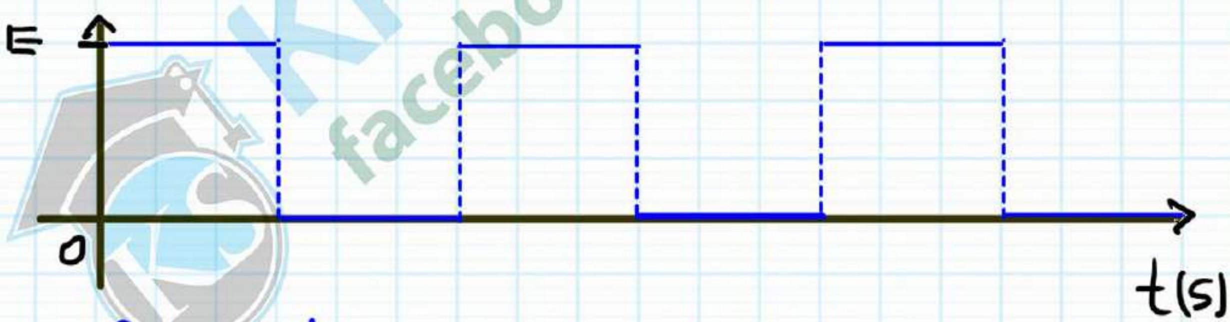
$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

II - Dipôle RC

1 - Déf :

le dipole RC est une association en série d'un résistor R avec un condensateur de capacité C.

2- Déf d'un échelon de tension.

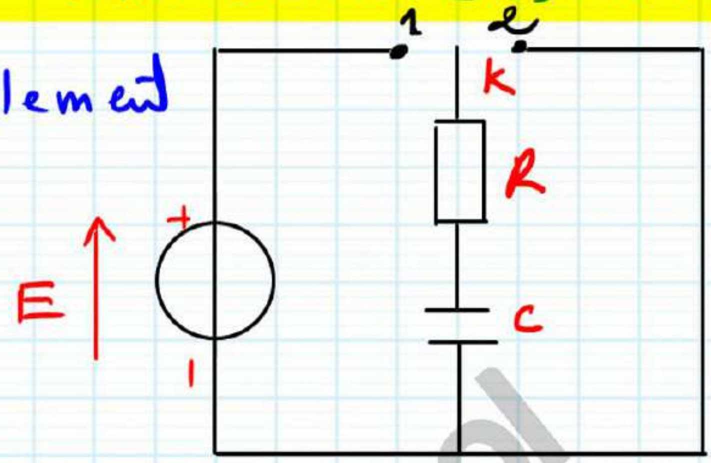


- Un échelon de tension est une tension comprise entre 0 et $E \neq 0$

Le dipôle RC

3_ Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

- Le condensateur initialement déchargé.



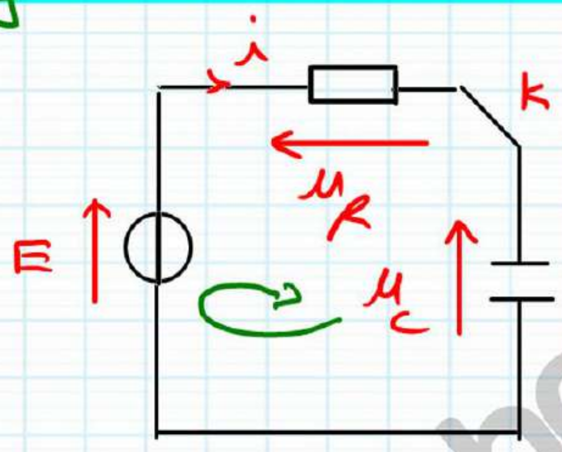
- K en position 1 : charge de condensateur et la tension aux bornes du condensateur augmente progressivement de 0 à $u_C = u_{Cmax} = E$ (condensateur complètement chargé)

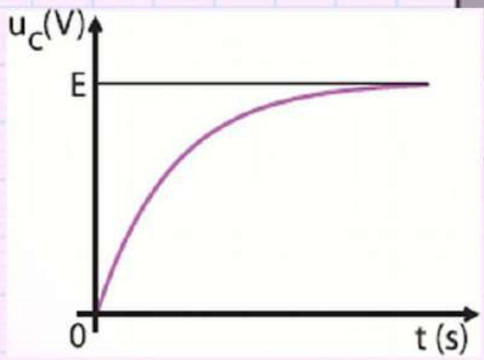
- K en position 2 : à $t = 0$; $u_C(0) = u_{Cmax} = E$
la tension u_C décroît progressivement jusqu'à s'annuler ⇒ il est déchargé.

Le dipôle RC

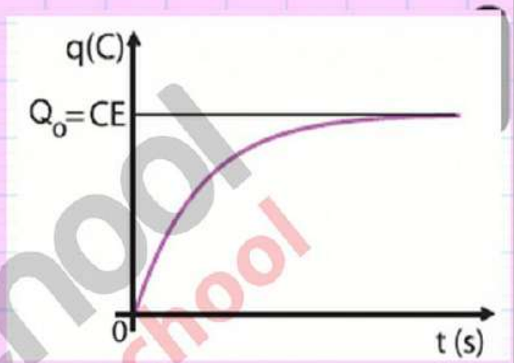
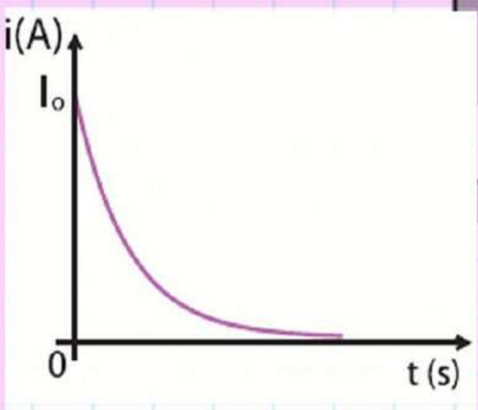
III - Etude théorique.

1 - Charge d'un Condensateur.

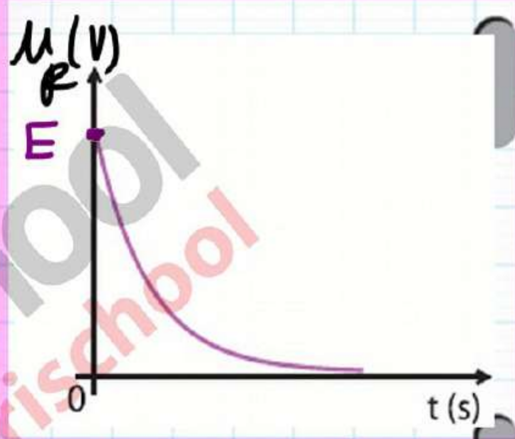


	éqt° diff	Solution de l'éqt° diff	Courbe
en $u_c(t)$	Loi des mailles $u_c + u_R - E = 0$ $u_R = Ri$; $i = C\dfrac{du_c}{dt}$ $u_R + u_c = E$ $RC\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$	$u_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = RC$ $u_c(0) = 0$ $u_c(+\infty) = E$	

Le dipôle RC

	eqt diff	Solution de l'eqt diff	Courbe
en q(t)	Loi des mailles $u_C+u_R-E=0$ $u_R+u_C=E$ $Ri+\frac{q}{C}=E$ $R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=E$ $RC\frac{dq}{dt}+q=CE$	$q(t)=CE(1-e^{-t/\tau})$ $q(0)=CE(1-1)=0$ $q(+\infty)=CE(1-0)=CE=Q_0$	
en i(t)	Loi des mailles $u_C+u_R-E=0$ $u_R+u_C=E$ $Ri+u_C=E$ $\Leftrightarrow R\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}=0$ $RC\frac{di}{dt}+i=0$	$i(t)=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$ $=I_0e^{-t/\tau}$ $I_0=\frac{E}{R}$ $i(0)=\frac{E}{R}e^{0}=\frac{E}{R}=I_0$ $i(+\infty)=I_0e^{-\infty}=0$	

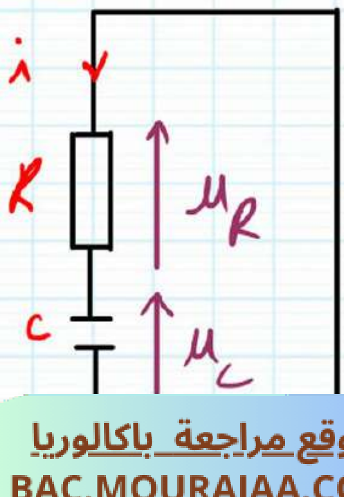
Le dipôle RC

	équation diff.	Solution de l'eqt° diff	courbe
en $u_R(t)$	on a $u_R = Ri$ $\Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$ $RC\frac{di}{dt} + i = 0$ $\cancel{R}C\frac{du_R}{\cancel{R}dt} + \frac{u_R}{R} = 0$ $RC\frac{du_R}{dt} + u_R = 0$	$u_R(t) = E\, e^{-t/\tau}$ $u_R(+\infty) = 0$ $u_R(0) = E$	

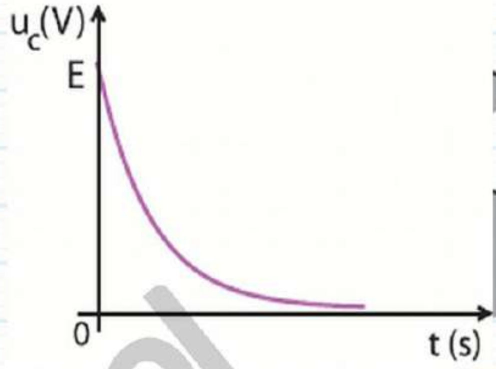
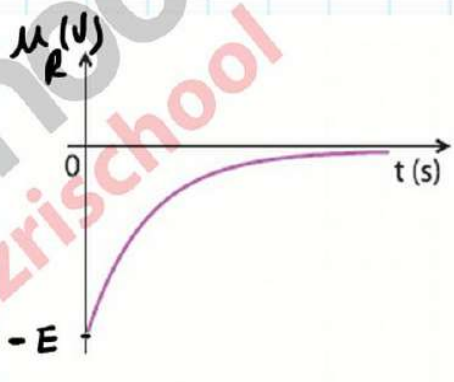
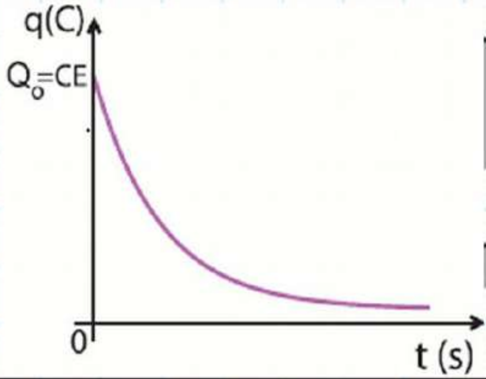
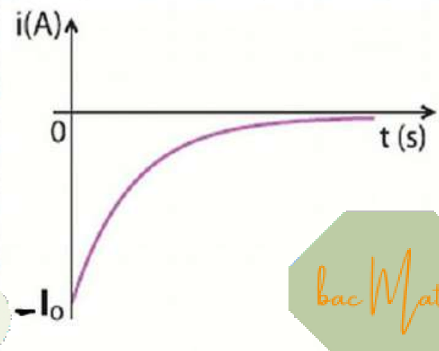
2- Décharge d'un condensateur.

Loi des mailles

$u_R + u_C = 0$



Le dipôle RC

	éq° diff	Solution de l'éq° diff	Courbe
en $u_C(t)$	$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=0$	$u_C(t)=E\,e^{-t/\tau}$ $u_C(0)=E\,e^{0}=E$ $u_C(+\infty)=E\,e^{-\infty}=0$	
en $u_R(t)$	$RC\frac{du_R}{dt}+u_R=0$	$u_R(t)=-E\,e^{-t/\tau}$	
en $q(t)$	$RC\frac{dq}{dt}+q=0$	$q(t)=CE\,e^{-t/\tau}$ $q(0)=CE$; $q(+\infty)=0$ $=Q_0$	
en $i(t)$	$RC\frac{di}{dt}+i=0$	$i(t)=-\frac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$ $=-I_0\,e^{-t/\tau}$	

Le dipôle RC

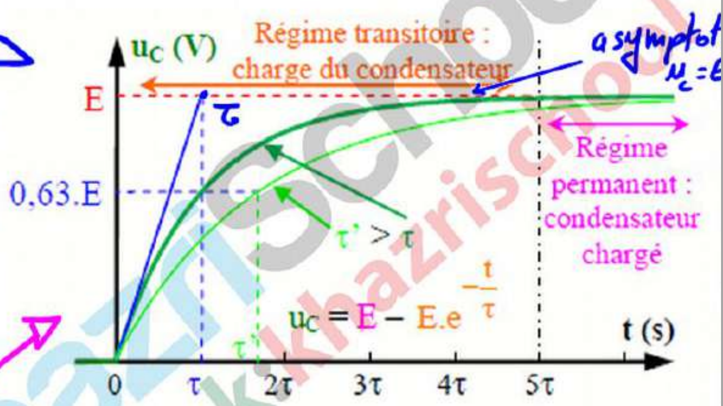
IV _ Constante de temps τ.

Le produit RC est homogène à un temps.

$$[RC] = [R]\cdot[C] = \frac{[\cancel{U}]}{[I]} \times \frac{[Q]}{[\cancel{U}]} = \frac{\cancel{[I]}\times[t]}{\cancel{[I]}} = [t] = T$$

1_ influence de la constante de temps.

_ plus τ est élevée plus le condensateur met du temps à se charger.



2_ Détermination graphique de la C^{te} de temps τ.

(Cas d'une charge d'un condensateur)

a_ $1^{ère}$ Méthode : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe l'asymptote $u_C = E$ au point d'abscisse τ

b_ $2^{ème}$ Méthode : Pour $t = \tau \Rightarrow u_C = (1 - \frac{1}{e}) E$

$= 0,63E$ (63% de E)

C_à_d pour $t = \tau$ le condensateur est cha...

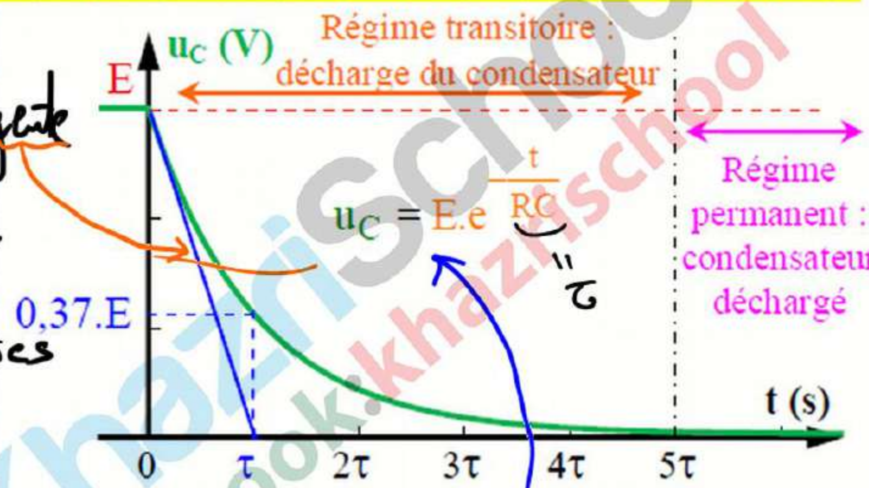
Le dipôle RC

On considère que le condensateur est pratiquement chargé si u_C est au moins égale à 99% de E.

$\Rightarrow$ Cette situation est vérifiée pour $t > 5\tau$

3_ Détermination graphique de la c^te de temps τ.
(Cas de décharge d'un condensateur)

1^ère Méthode : la tangente à la courbe à $t = 0$, coupe l'axe des abscisses à $t = \tau$



2^ème Méthode : Pour $t = \tau \Rightarrow u_C = \frac{1}{e}E = 0,37E$

Le dipôle RC

4) Conclusion :

- Pendant une durée (de l'ordre de 5τ) le condensateur se charge ou se décharge : C'est le régime transitoire du phénomène.

- Au bout de quelque temps (de l'ordre de 5τ) le condensateur est chargé ou déchargé et l'intensité du courant (i) est nulle.

C'est le régime permanent du phénomène.

FICHE METHODE (DIPOLE RC)

ANALYSE DIMENSIONNELLE DE LA CONSTANTE τ

On vérifie que la constante de temps τ est bien un temps sachant que :

On sait que : $\boxed{U = R\,I}$ d'après la loi d'Ohm donc $\boxed{R = \frac{U}{I}}$

- La dimension de R est donc : $\boxed{[R]=\frac{[U]}{[R]}}$
- De même on sait que : $\boxed{q = C \times U}$ **donc** $\boxed{C = \frac{q}{U}}$
- La dimension de C est donc : $\boxed{[C]=\frac{[q]}{[U]}}$ or $\boxed{q = I * t}$ **donc** $\boxed{[q] = [I] * [t]}$

  Il vient : $\boxed{[C]=\frac{[I]*[t]}{[U]}}$
- La dimension de la constante de temps est donc : $\boxed{[\tau] = [R] * [C]}$

$\boxed{[\tau]=\frac{[U]}{[I]} * \frac{[I]*[t]}{[U]}}$ après simplification on obtient : $\boxed{[\tau] = [T]}$

- le produit R.C a donc comme unité : la seconde « s ».
- alors τ a comme unité la seconde c'est donc un temps !

DIPOLE RC

Exercice 01

Au cours d'une séance de TP , on dispose du materiel suivant:

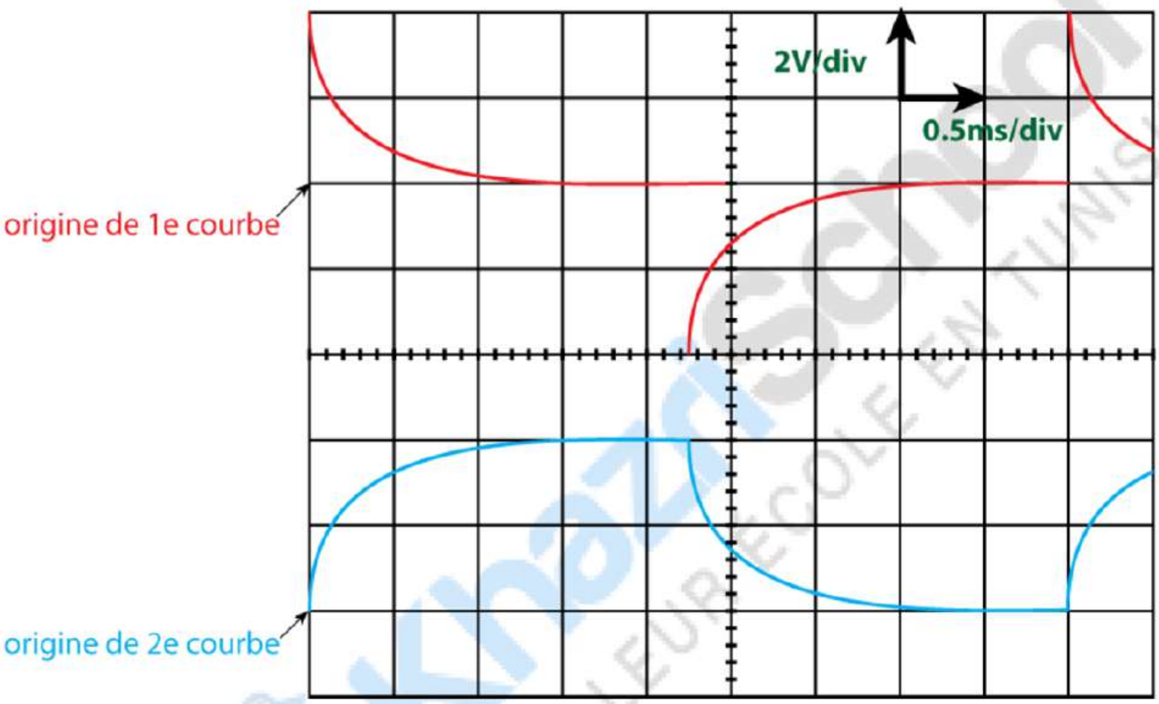
- Un condensateur de capacité C.
- Un oscilloscope bicourbe.
- Une boite de résistance variables (de 10 à 10000 Ω)
- Un GBF délivrant une tension rectangulaire (0 ; E) de fréquence réglable.
- Un interrupteur.
- Des fils de connexion.

Afin d'étudier la charge et la décharge du condensateur, on réalise un circuit série RC. Grace à l'oscilloscope on observe simultanément :

✓ La tension aux bornes de la résistance (ajustée à R = 200Ω)
✓ La tension aux bornes du condensateur.

1. Laquelle de ces deux tensions permet de connaitre les variations de l'intensité du courant en fonction du temps ?
2. Schématiser le circuit en indiquant les connexions à réaliser avec l'oscilloscope.
3. On a obtenu l'oscillogramme reproduit figure 1.
   Remarque : entrée B inversée
   a. Identifier les deux courbes.
   b. A quoi correspondent les deux parties de chaque courbe ?
   c. Déterminer à l'aide de l'oscillogramme :
      - La fréquence f de générateur.
      - La tension E entre ces bornes pendant la demi-période ou elle n'est pas nulle.
      - La valeur maximale I_{max} de l'intensité du courant qu'il débit.
4. La constante de temps τ étant la durée au bout de laquelle le condensateur initialement déchargé attient 63% de sa charge maximale.
   a. Déterminer la valeur de τ.
   b. Utilise une analyse dimensionnelle pour déterminer l'expression cette constante de temps parmi les 4 relations suivantes :
      $\tau=\frac{C}{R}$ $\tau=\frac{R}{C}$ $\tau=RC$ $\tau=\frac{1}{RC}$
   c. En déduire une valeur approchée de la capacité C du condensateur.

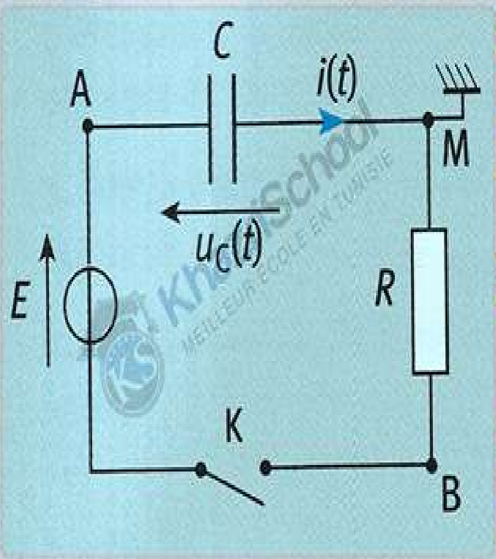
5. Pour les mêmes réglages de GBF et de l'oscilloscope, on augmente la valeur de la résistance R.
   a. Les grandeurs f, E et I_{max} sont-elles modifiées ? si oui dans quelle sens ; si non pourquoi ?
   b. Représenter la nouvelle allure de la tension aux bornes du condensateur dans chacun des deux cas suivants :
      - Augmentation légère de R (par exemple 300Ω)
      - Augmentation notable de R (par exemple 1000Ω)



Mesure de la capacité d'un condensateur

On étudie la réponse d'un circuit RC à un échelon de tension.

Le point M est relié à la masse. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, le condensateur étant déchargé. On donne $R = 1\,000\ \Omega$.



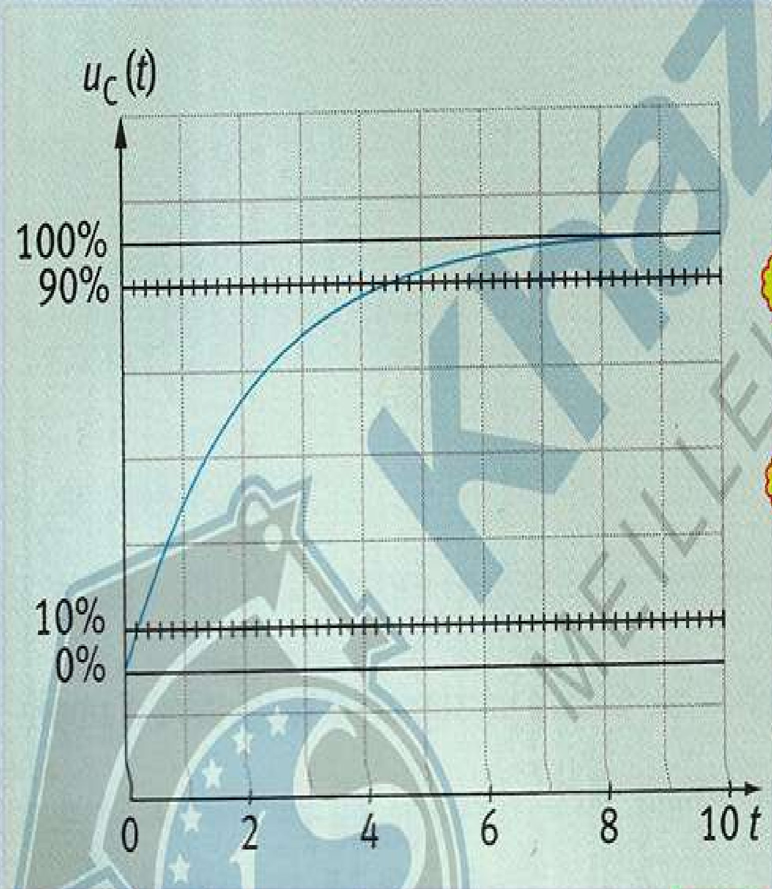
a. Comment faut-il brancher l'oscilloscope pour visualiser la tension $u_C(t)$?

b. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.

c. Vérifier que $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ est bien solution de cette équation différentielle.

d. Quelle est la valeur finale de $u_C(t)$ en régime permanent ?

e. On donne ci-dessous le relevé de la tension $u_C(t)$ sur l'écran de l'oscilloscope.



Le calibre de la base de temps est 1 ms/div, le calibre d'amplitude est de 0,2 V/div. Quelle est la valeur de la tension de charge E ?

f. Déterminer graphiquement la constante de temps RC du circuit, et en déduire la valeur de C.

g. L'écran de l'oscilloscope comporte deux axes horizontaux reprenant la graduation de la base de temps. On peut ainsi mesurer l'instant t_1 où $u_C(t)$ vaut 10 % de sa valeur u_∞ en régime permanent, et l'instant t_2 où $u_C(t)$ vaut 90 % de sa valeur en régime permanent. Mesurer t_1 et t_2 sur l'écran, et en déduire le *temps de montée* $t_r = t_2 - t_1$.

h. En écrivant que $u(t_1) = 0,1u_\infty$, exprimer t_1 en fonction de R et C. De même, déduire de $u(t_2) = 0,9u_\infty$ l'expression de t_2 en fonction de R et C. En déduire l'expression du temps de montée t_r en fonction de R et C. De la valeur mesurée de t_r, calculer la valeur de C.
Comparer avec la méth

Correction Exercice Condensateur, Circuit RC

1- Pour visualiser la tension $u_c(t)$ il faut connecter l'entrée de la voie 1 avec le point A et le point M avec la masse

2- On applique la loi des mailles :

(1) $\boxed{u_c + Ri(t) - E = 0}$

or $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C u_c$

$\Rightarrow i = \frac{d}{dt}(C u_c) = C \frac{du_c}{dt}$

Donc (1) devient :

$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

Correction Exercice Condensateur, Circuit RC

c- On a $u_C(t) = E(1 - e^{-t/RC})$

$\Rightarrow \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{RC} e^{-t/RC}$

$$\Rightarrow \boxed{RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E e^{-t/RC} + E(1 - e^{-t/RC}) = E}$$

Donc l'éqt° diff est bien vérifiée.

d- On a $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

en régime permanent c-à-d lorsque $t \rightarrow +\infty$

Donc $\lim\limits_{t \to +\infty} u_C(t) = E = U_\infty$

puisque $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-t/RC} = 0$

Donc en régime permanent

Correction Exercice Condensateur, Circuit RC

Dans le cas le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

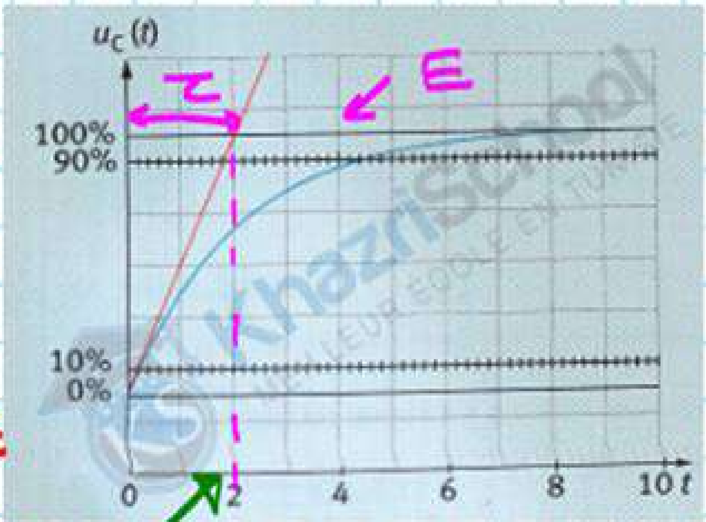
e- Sur l'écran de l'oscilloscope et en régime permanent la valeur de $\boxed{E = 1V}$ puisque la valeur de E correspond à 5 division et chaque division correspond à 0,2V donc

$$E = 5\,\cancel{div} \times 0{,}2\,V/\cancel{div} = 1V$$

$$E = 1V$$

Correction Exercice Condensateur, Circuit RC

f- On trace la tangente à l'origine ; elle coupe l'axe $u_C(t) = E$ à l'instant $t = \tau$



$$\boxed{\tau = RC = 2\,ms}$$

$$C = \frac{2 \times 10^{-3}}{1000} = 2\,\mu F$$

g- Sur l'écran $t_1 = 0{,}2\,ms$

$t_2 = 4.6\,ms$

Donc $t_r = t_2 - t_1 = 4.4\,ms$

Correction Exercice Condensateur, Circuit RC

h. $u_C(t_1) = E\left(1 - e^{-t_1/RC}\right) = 0{,}1E$

$e^{-\frac{t_1}{RC}} = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

$\Rightarrow \boxed{-\dfrac{t_1}{RC} = \ln 0{,}9}$

$u_C(t_2) = E\left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right) = 0{,}9E$

$e^{-\frac{t_2}{RC}} = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

Donc $\boxed{-\dfrac{t_2}{RC} = \ln 0{,}1}$

$\Rightarrow t_2 = -RC \ln 0{,}1$

Donc $t_r = t_2 - t_1 = -RC\ln 0{,}1 - RC\ln 0{,}9$
$= RC \ln 9 = 2{,}2RC$

$\boxed{C = \dfrac{t_r}{2{,}2R} = \dfrac{4{,}4 \times 10^{-3}}{2{,}2 \times 10^{3}} = 2\,\mu F}$

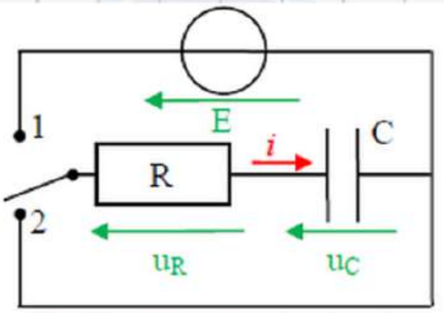
On ... résultat

Dipole RC

Charge d'un Condensateur

✓ Montage de la charge

→ Interrupteur K sur la position (1)



✓ Equation différentielle

En appliquant la loi des mailles

$$u_R + u_C = E$$

or $\boxed{u_R = R.I = R\frac{dq}{dt} = RC\frac{du_c}{dt}}$

➔ Variable la tension u_c :

$$\boxed{u_c + RC\frac{du_c}{dt} = E}$$

➔ Variable la charge q :

$$\boxed{q + RC\frac{du_C}{dt} = EC}$$

➔ Variable de l'intensité i :

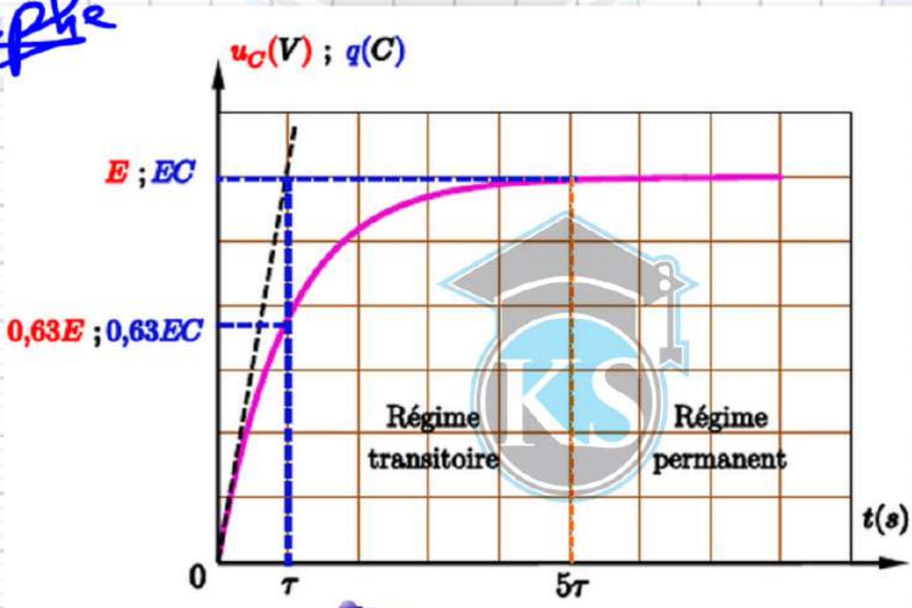
$$\boxed{i + RC\frac{di}{dt} = 0}$$

➔ Variable la tension u_R :

$$\boxed{u_R + RC\frac{du_R}{dt} = 0}$$

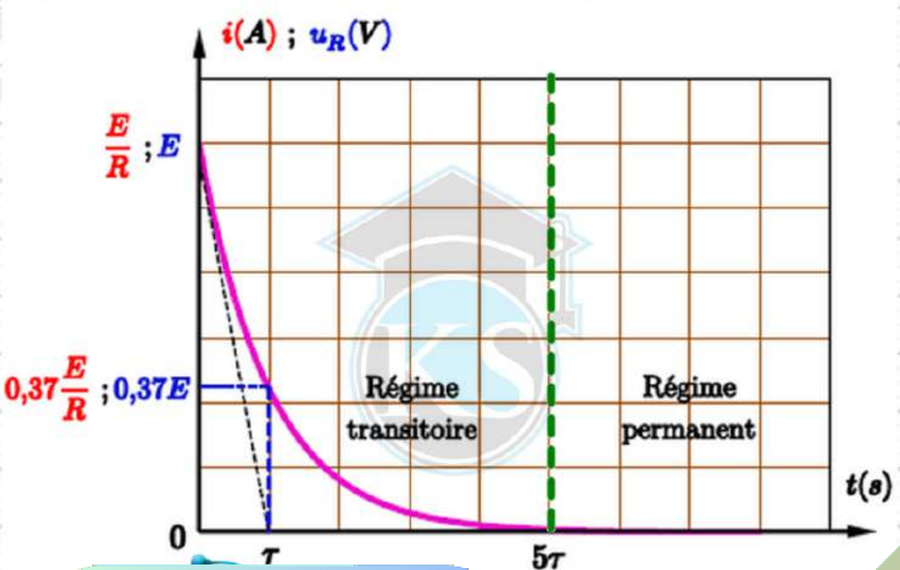
variable	Tension u_c	charge q
équation différentielle	$Rc\frac{du_c}{dt}+u_c=E$	$Rc\frac{dq}{dt}+q=EC$
Solution de l'éq^t diff	$u_c(t)=E(1-e^{-t/\tau})$	$q(t)=EC(1-e^{-t/\tau})$
Conditions initiales $t=0$	$u_c(t=0)=u_c(0)=0$	$q(t=0)=Q_0=0$
Régime permanent $t\to\infty$	$u_c(t\to\infty)=u_{c\,max}=E$	$q(t\to\infty)=Q_{max}=EC$
$t=\tau$	$u_c(t=\tau)=0{,}63\,E$	$q(t=\tau)=0{,}63\,EC$

✓ Graphe



variable	Intensité i	Tension u_R
équation différentielle	$RC\frac{di}{dt}+i=0$	$RC\frac{du_R}{dt}+u_R=0$
Solution de l'éq° diff	$i(t)=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$	$u_R(t)=E\,e^{-t/\tau}$
Conditions initiales $t=0$	$i(t=0)=I_0=\frac{E}{R}$	$u_R(t=0)=E$
Régime permanent $t\to\infty$	$i(t\to\infty)=0$	$u_R(t\to\infty)=0$
$t=\tau$	$i(t=\tau)=0{,}37\frac{E}{R}$	$u_R(t=\tau)=0{,}37\,E$

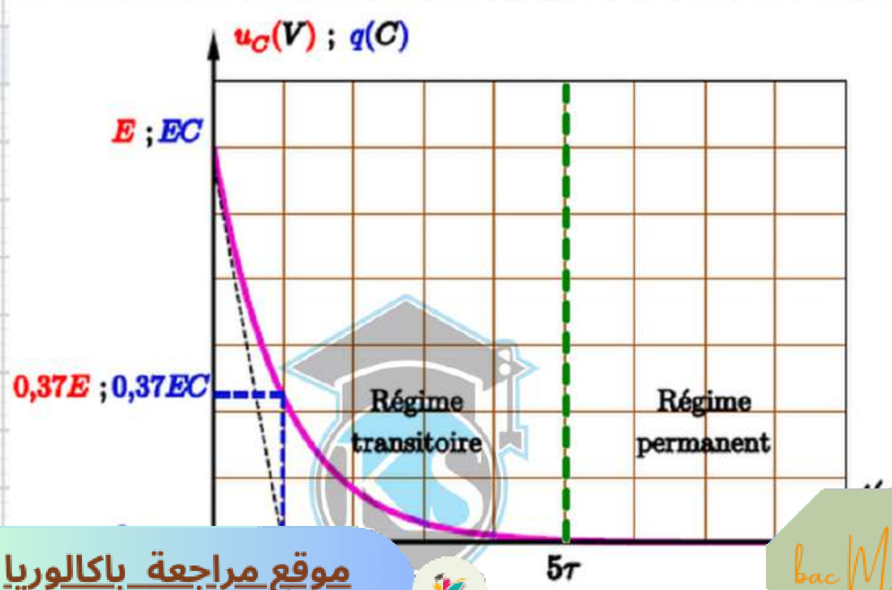
✔ Graphe



Décharge d'un Condensateur (k sur la position 2)

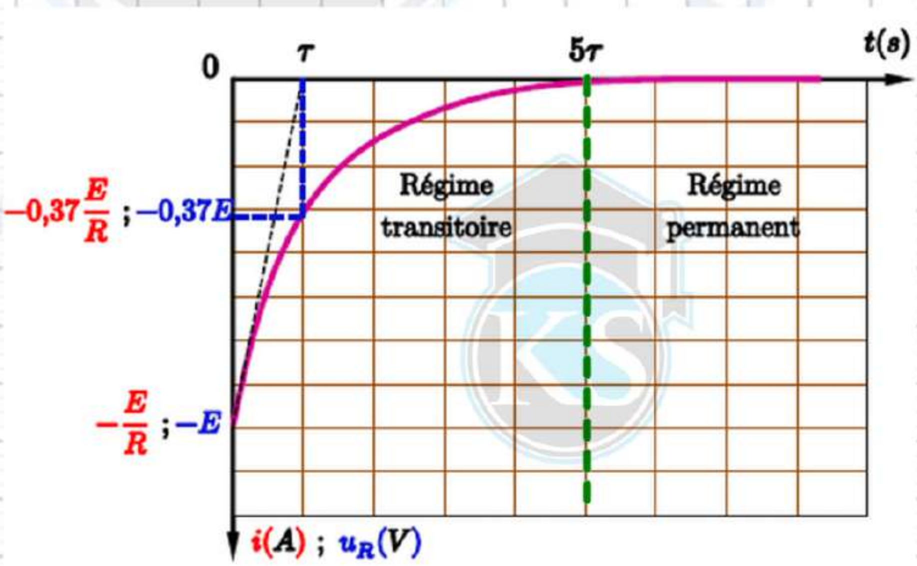
variable	Tension u_c	Charge q
équation différentielle	$RC\frac{du_c}{dt}+u_c=0$	$RC\frac{dq}{dt}+q=0$
Solution de l'équ diff	$u_c(t)=E\,e^{-t/\tau}$	$q(t)=EC\,e^{-t/\tau}$
Conditions initiales $t=0$	$u_c(t=0)=u_c(0)=E$	$q(t=0)=Q_0=EC$
Régime permanent $t\to\infty$	$u_c(t\to\infty)=0$	$q(t\to\infty)=0$
$t=\tau$	$u_c(t=\tau)=0{,}37E$	$q(t=\tau)=0{,}37\,EC$

Graphe



variable	Intensité i	Tension u_R
équation différentielle	$RC\frac{di}{dt}+i=0$	$RC\frac{du_R}{dt}+u_R=0$
Solution de l'équ diff	$i(t)=-\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$	$u_R(t)=-E\,e^{-t/\tau}$
Conditions initiales $t=0$	$i(t=0)=I_0=-\frac{E}{R}$	$u_R(t=0)=-E$
Régime permanent $t\to\infty$	$i(t\to\infty)=0$	$u_R(t\to\infty)=0$
$t=\tau$	$i(t=\tau)=0{,}37\left(-\frac{E}{R}\right)$	$u_R(t=\tau)=0{,}37(-E)$

✓ Graphe



Quelques courbes

Comment tracer l'allure des courbes en $e^{-\alpha t}$.

Pour tracer des courbes en $e^{-\alpha t}$ il faut prendre en considération les limites des courbes.

La fonction $\boxed{e^{-\alpha t}}$

À $t=0$: régime initial et $e^{-\alpha t} = e^{0} = 1$	Quand $t \to \infty$ ou $t > 5\tau$ Le régime permanent et $e^{-\alpha t} = 0$

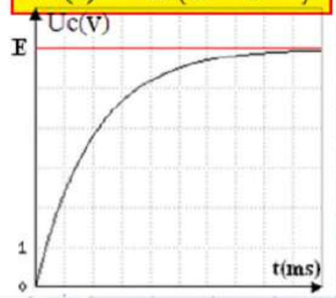
Exemple : $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$

À $t=0 \Rightarrow u_C(t=0) = E(1 - e^{0}) = E(1-1) = 0$

Quand $t \to \infty \Rightarrow u_C(t \to \infty) = E(1 - e^{-\infty}) = E(1-0) = E$

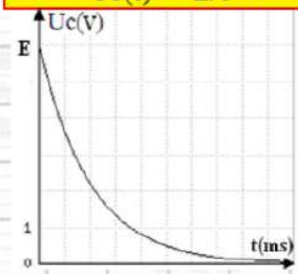
<table>
<tr><th></th><th>charge d'un Condensateur</th><th>décharge d'un Condensateur</th></tr>
<tr><td>1- expression de $u_C(t)$</td><td>

$Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$



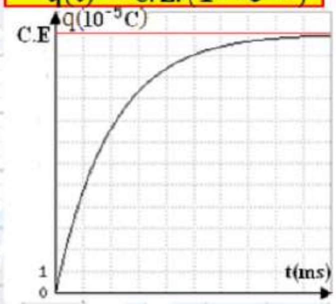
</td><td>

$Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$



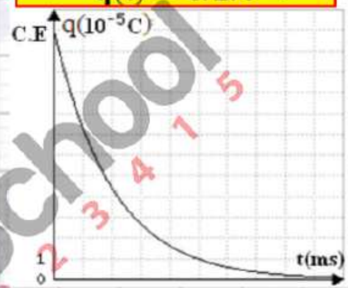
</td></tr>
<tr><td>2- expression de $q(t)$</td><td>

$q(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$



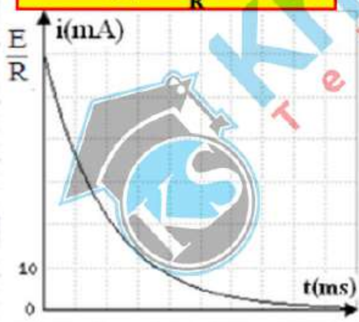
</td><td>

$q(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$



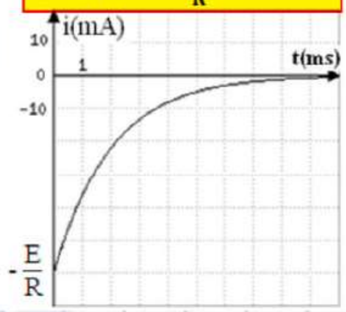
</td></tr>
<tr><td>3. expression de $i(t)$</td><td>

$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$



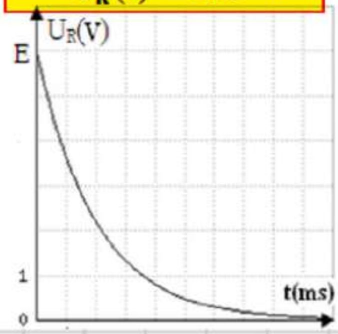
</td><td>

$i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$



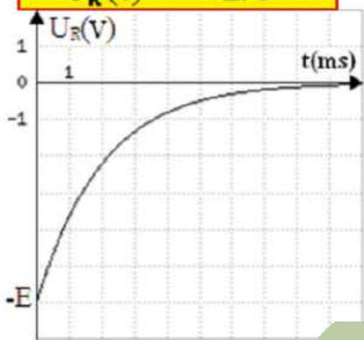
</td></tr>
<tr><td>4- expression de $u_R(t)$</td><td>

$U_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$



</td><td>

$U_R(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}$



</td></tr>
</table>

La Constante de temps τ.

Expression de Uc(t)	Charge d'un condensateur	Décharge d'un condensateur
	$Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	$Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
	A $t=\tau$ $Uc(\tau)= E(1-e^{-1}) = 0.63.E$ $\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.63 = 63\%$	A $t=\tau$ $Uc(\tau) = E.e^{-1} = 0.37.E$ $\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.37 = 37\%$

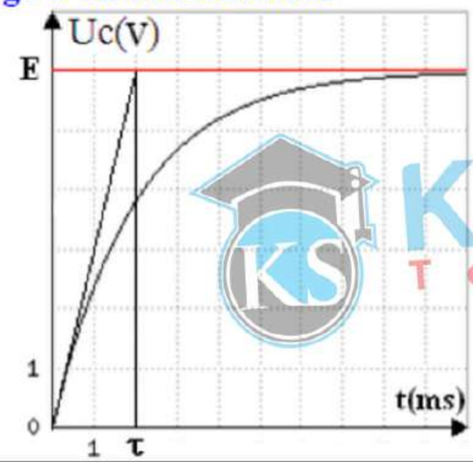
τ est la durée nécessaire pour qu'un condensateur se charge ou se décharge à 63% de sa capacité totale

Détermination τ graphiquement

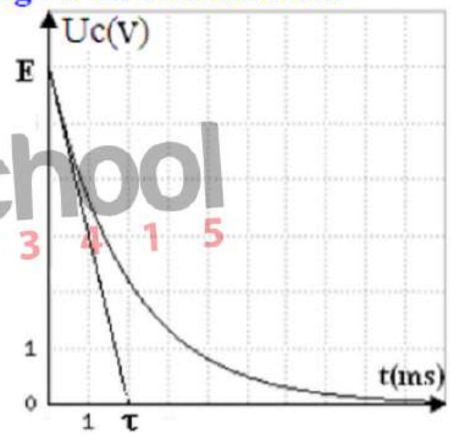
Méthode de la tangente :

Tracer la tangente de la courbe $u_c(t)$ à $t=0$ et l'asymptote $u_c = E$ (cas de charge) ou $u_c=0$ (cas de la décharge) et l'abscisse du point de rencontre des deux droites donne τ.

Charge d'un condensateur



Décharge d'un condensateur



Par Calcul

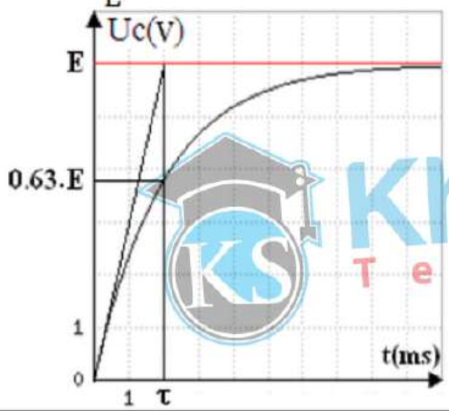
Charge d'un condensateur

$$Uc(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

A t=τ

$Uc(\tau) = E(1-e^{-1}) = 0.63.E$

$$\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.63 = 63\%$$



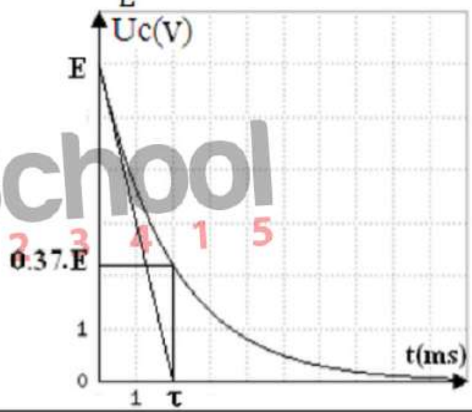
Décharge d'un condensateur

$$Uc(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A t=τ

$Uc(\tau) = E.e^{-1} = 0.37.E$

$$\frac{Uc(\tau)}{E} = 0.37 = 37\%$$



Equations aux dimension $\tau = RC$

On a $\tau = RC$ et $[\tau] = [RC] = [R][C]$

$R = \frac{U}{I} \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

$C = \frac{q}{U} \Rightarrow [C] = \frac{[q]}{[U]}$ et $q = i.t$ alors $[q] = [i][t]$

donc $[C] = \frac{[i][t]}{[U]} \Rightarrow [\tau] = [R].[C]$

$= \frac{\cancel{[U]}}{\cancel{[i]}} \cdot \frac{\cancel{[i]}[t]}{\cancel{[U]}}$

$[t] = s$

PHYSIQUE BAC

2020

facebook : khazrischool

KS khazriscool

EXOS
résolus

RÉSUMÉ

BOBINE LOI DE LENZ

Résumé de cours et conseils de méthode

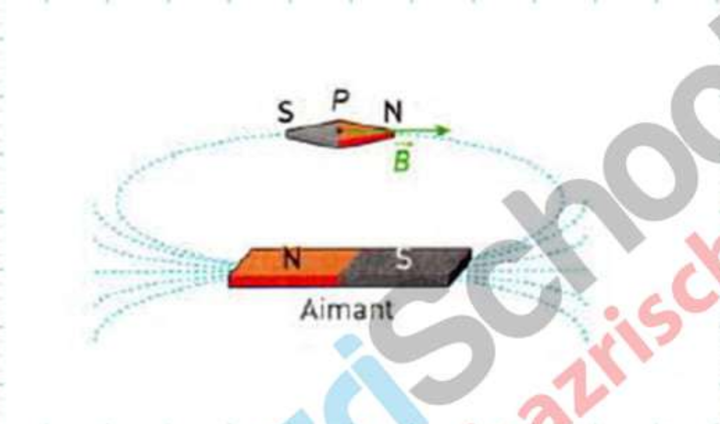
cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

La Bobine , Loi de Lenz

I- Les champs magnétiques

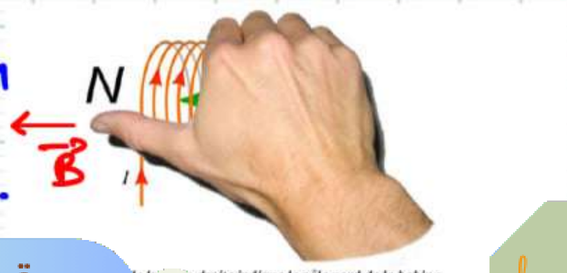
1- champ magnétique créé par un aimant.



Les lignes de champ magnétique de l'aimant sortent du pôle **nord** et entrent par le pôle **sud** de l'aiguille aimantée.

2- champ magnétique créé par un courant continu dans une bobine.

Le sens du champs est donné par la règle de la main droite.

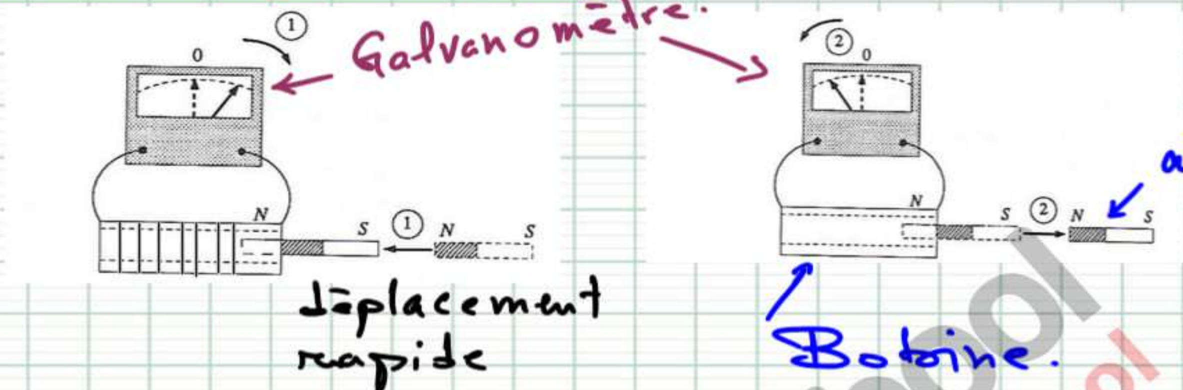


... droite indique le pôle nord de la bobine.

II- Induction magnétique.

1- Mise en évidence expérimentale.

a- Expérience:



Déplacement rapide de l'aimant devant la bobine ⇒ naissance d'un courant bref dans le circuit de la bobine, ce courant appelé courant électrique induit.

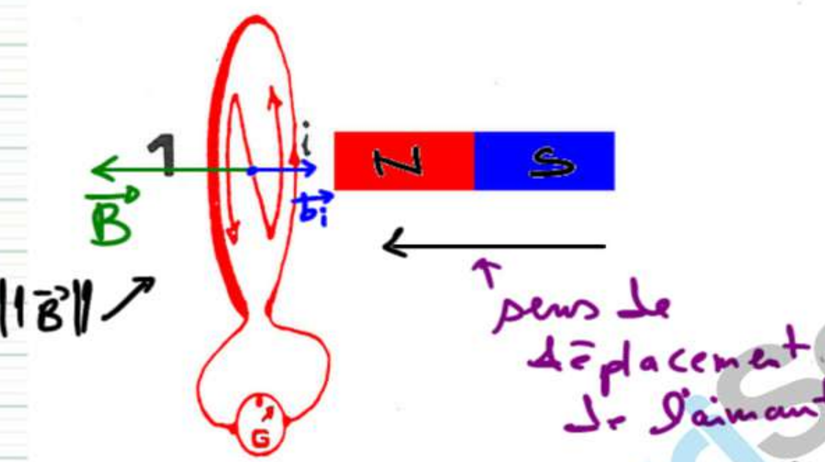
- L'aimant est appelé : inducteur.
- La bobine appelée : induit.
- Le phénomène est appelé : induction magnétique.

Rq: Le courant induit s'annule lorsque le mouvement relatif s'arrête.

=> C'est la variation de flux magnétique dans la bobine qui est responsable de la création du courant induit.

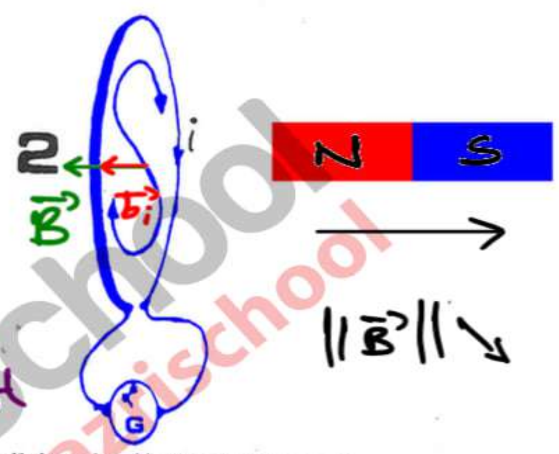
2- Loi de Lenz

a- Experience



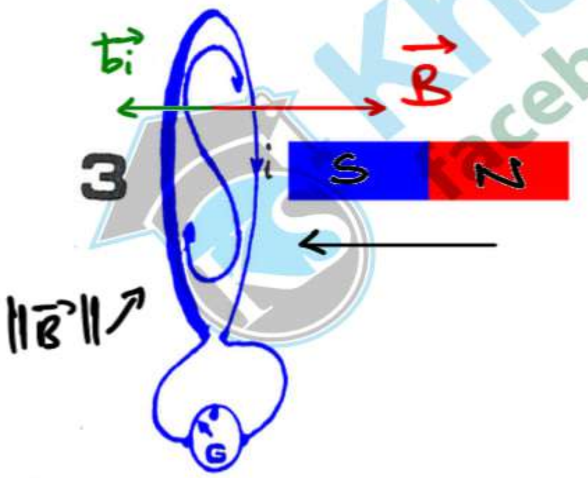
On approche le pôle Nord de l'aimant.

La bobine présente une face Nord



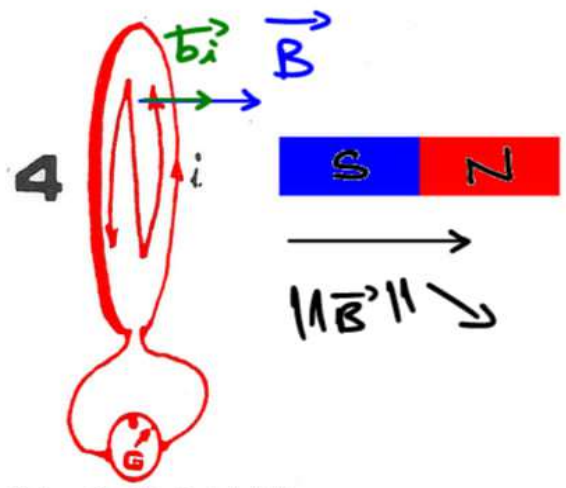
On éloigne le pôle Nord de l'aimant.

La bobine présente une face Sud.



On approche le pôle Sud de l'aimant.

La bobine présente une face Sud



On éloigne le pôle Sud de l'aimant.

La bobine présente une face Nord.

b- Resultat

- Le sens du courant induit dépend :
. De la nature du pôle de l'aimant et du sens du déplacement.
- Dans chaque cas, la bobine présente une face qui s'oppose au déplacement de l'aimant.
- Le vecteur champ magnétique induit $\vec{b_i}$ prend un sens de telle sorte qu'il s'oppose à la variation de la valeur du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ de l'aimant.

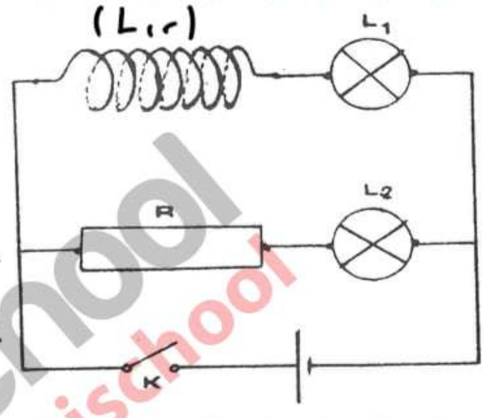
C- Loi de Lenz :

Le sens du courant induit est tel que, par ses effets, il s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

III_ Autoinduction

1_ Etude expérimentale.

a_expérience :



- Les lampes L_1 et L_2 sont identiques. La bobine et le résistor on la même résistance ($R \simeq r$)
- Lorsqu'on ferme l'interrepteur, la lampe L_1 s'allume quelques instants après la lampe L_2

b_ Interprétation :

La lampe L_1 s'allume après la lampe L_2.
Ce retard est dû à l'aparition du courant induit qui s'oppose à l'établissement du courant principal dans la bobine (Loi de Lenz)

$\Rightarrow$ Ce phénomène est appelé **autoinduction.**

Rq : La Bobine est à la fois l'inducteur et l'induit.

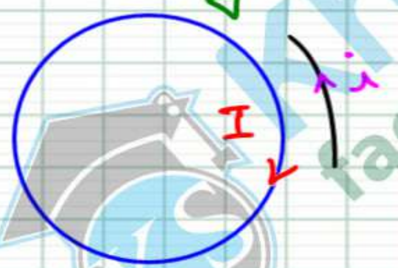
La f.e.m qui est à l'origine du courant induit est apelé fem autoinduite ou fem d'auto-induction "e"

c- Conclusion : Toute variation de l'intensité du courant dans un circuit induit dans celui-ci un courant qui s'oppose à cette variation.

2- Sens du courant d'auto-induction.

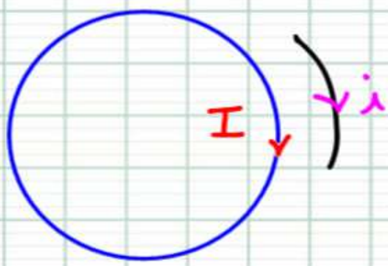
Considérons une Bobine parcourue par un courant variable I. Deux cas peuvent se présenter :

1er cas : I augmente



Le courant induit i circule dans le sens inverse de I pour s'opposer à cette augmentation (Loi de Lenz)

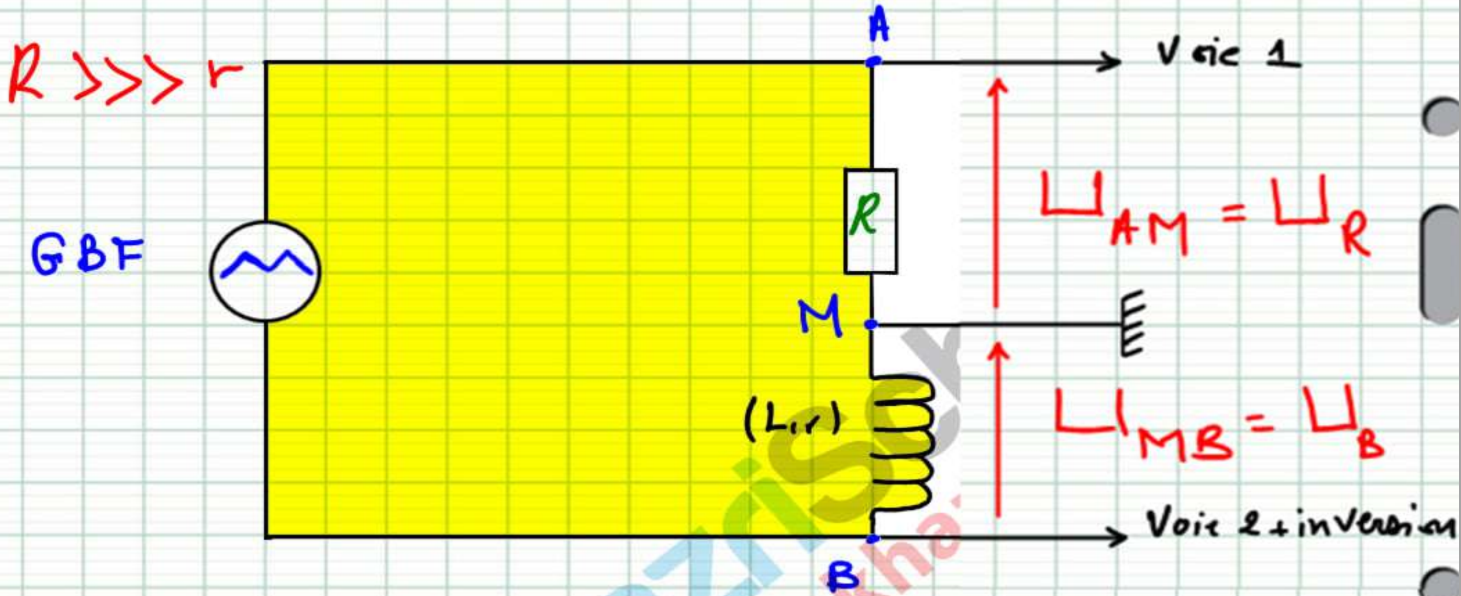
2ème cas : I diminue

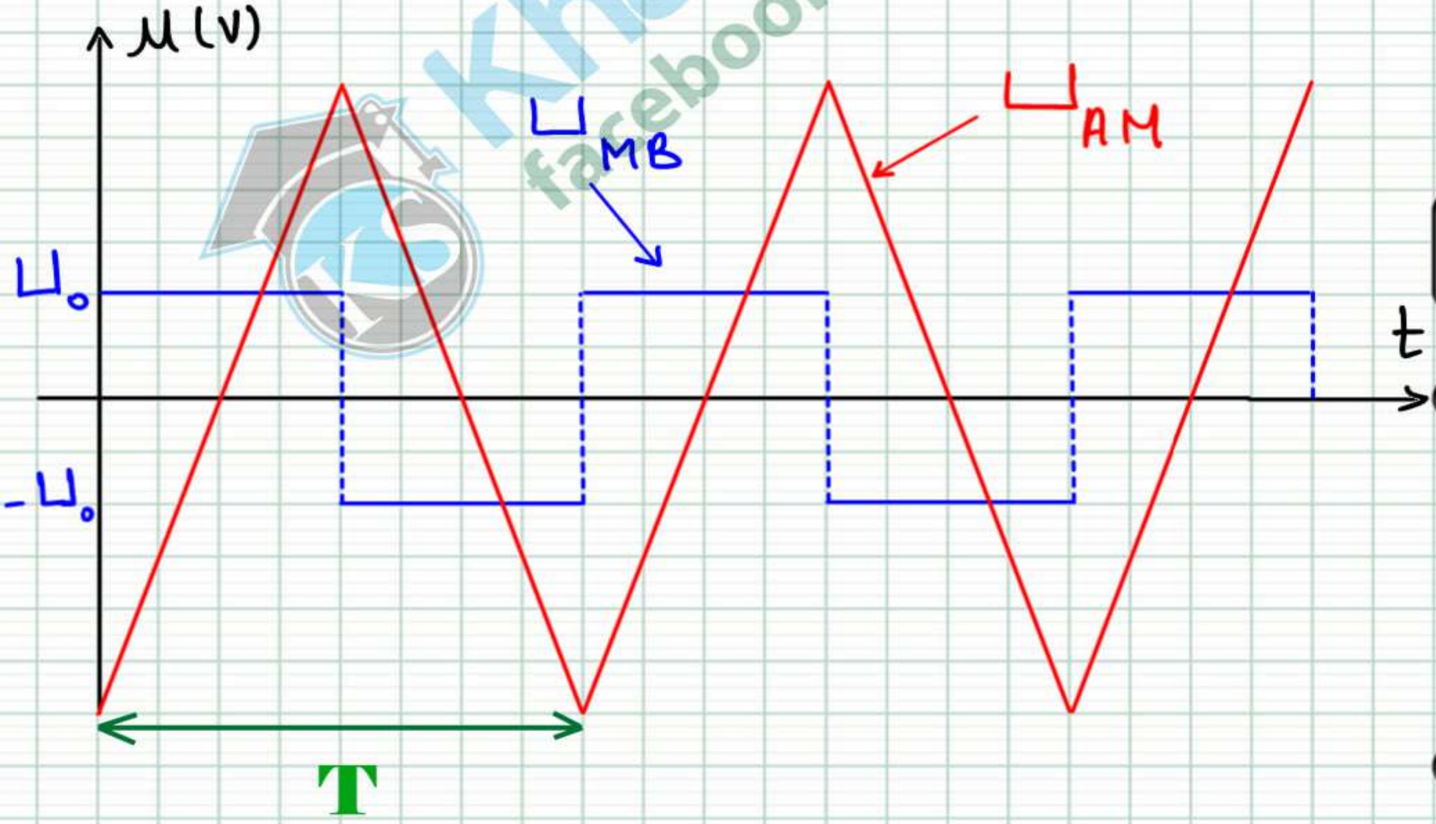


Le courant induit i circule dans le même sens que I pour s'opposer à cette diminution.

3- Expression de la f.e.m d'autoinduction

a- Expérience :





u_{AM} est alternative triangulaire.

Loi d'ohm $\boxed{u_R = u_{AM} = R\,i \Rightarrow i = \dfrac{u_{AM}}{R}}$

La bobine est le siège d'une f.e.m d'auto-induction e.

$$u_B = -e + ri = -e + \underbrace{\frac{r}{R}u_{AM}}_{\simeq 0 \text{ car } \frac{r}{R} \lll 1}$$

$$\boxed{u_B = u_{MB} = -e}$$

* Quelle relation existe entre e et i ?

entre $[0, T/2]$, $u_R = u_{AM} = a_1 t + b_1$ (fonction affine)

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{a_1}{R}t + \frac{b_1}{R}$$

$$\left.\begin{array}{l} u_B = +u_0 \\ u_B = -e \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{e = -u_0} \quad (1)$$

(2) $\boxed{\dfrac{di}{dt} = \dfrac{a_1}{R}}$ $\Rightarrow \dfrac{(1)}{(2)} = \dfrac{e}{\left(\frac{di}{dt}\right)} = \dfrac{-u_0}{\frac{a_1}{R}} = \dfrac{-R\,u_0}{a_1} = -L$

$$L = \frac{R\,U_0}{a_1}$$

L est constante, c'est l'inductance de la Bobine exprimée en Henry (H)

* entre $[T/2, T]$ on a $u_R = a_2 t + b_2$

$a_2 = -a_1 \Rightarrow u_R(t) = -a_1 t + b_2$

$i = \frac{u_R}{R} = -\frac{a_1 t}{R} + \frac{b_2}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} = -\frac{a_1}{R}}$ (3)

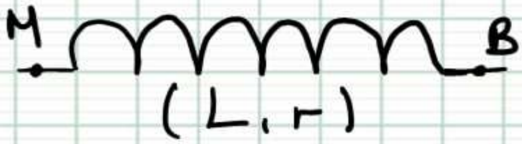
$\left.\begin{array}{l} U_B = -U_0 \\ U_B = -e \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{e = U_0}$ (4)

$\frac{(4)}{(3)} = \frac{e}{\left(\frac{di}{dt}\right)} = \frac{U_0}{\left(-\frac{a_1}{R}\right)} = -\frac{R\,U_0}{a_1} = -L$

$\Rightarrow L = \frac{R\,U_0}{a_1}$

$\Rightarrow$ $$e = -L\frac{di}{dt}$$

b - Conclusion :



$$U_B = -e + ri = L\frac{di}{dt} + ri$$

C - Energie emmagasinée par une bobine

$$\boxed{E_L = \frac{1}{2} L i^2}$$

J

H

i en A

PHYSIQUE BAC

2022

facebook : khazrischool

KS khazrischool

EXOS résolus

RÉSUMÉ

DIPOLE RL

Résumé de cours et conseils de méthode

cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

Dipole RL

Dipôle RL : association série d'un Conducteur ohmique de résistance $\boxed{R}$ et d'une bobine d'inductance $\boxed{L}$ et de résistance interne $\boxed{r}$.

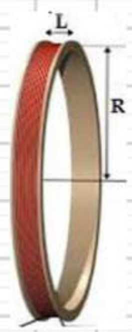
Bobine : une bobine est un dipôle passif, elle est formée d'un enroulement cylindrique, à spires jointives d'un fil électrique recouvert par un isolant.

Bobine

Bobine plate :

de rayon R et longueur L

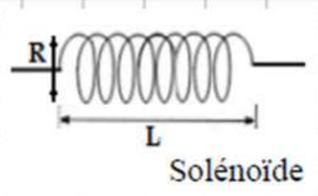
$\boxed{R > L}$



Solénoïde

de rayon R et longueur L

$\boxed{L > R}$



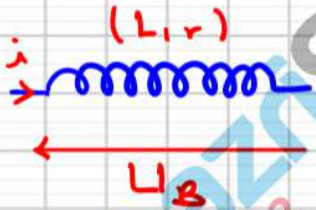
Symbole de la bobine :

schéma équivalent

r = résistance interne (Ω)

L = inductance de la Bobine (H)

Tension aux bornes de la bobine



$$\boxed{u_B = ri + L\frac{di}{dt}}$$

Cas particuliers

Courant Continu

$I = C^{te}$ et $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_B = ri$

$\Rightarrow$ La bobine se Comporte Comme Conducteur ohmique.

Résistance interne negligeable ($r = 0$)

$$u_B = ri + L\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

✓ Influence de la bobine dans le circuit :

une bobine permet de retarder l'établissement ou la rupture (annulation) du courant et ceci est dû au produit $L\frac{\Delta i}{\Delta t}$.

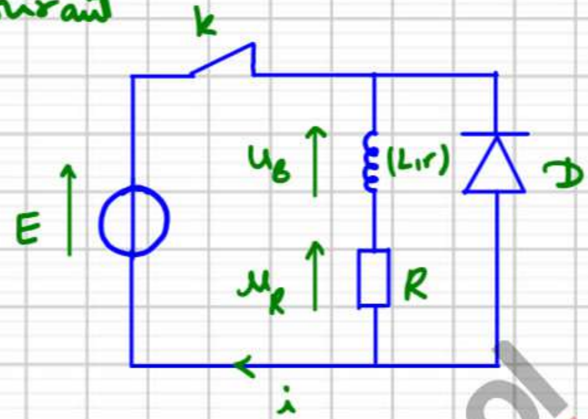
✓ Energie emmagasinée dans une bobine :

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2} L i^2}$$

(J) (H) (A)

Etude theorique

Etablissement de courant



Rôle de la diode en parallèle avec une bobine

- Ne laisse passer le courant que dans un seul sens.
- Permet d'éviter l'aparition des étincelles dues aux surtensions aux bornes de la bobine.
- Protège ainsi les composants du circuit qui sont autour de la bobine.

Equation différentielle

Loi des mailles : $\boxed{u_R + u_B = E}$

Tq : $\boxed{u_R = Ri}$; $\boxed{u_B = ri + L\frac{di}{dt}}$

✔ Variable i : $Ri + ri + L\frac{di}{dt} = E$

$$(R+r)i + L\frac{di}{dt} = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$

on pose $\tau = \frac{L}{R+r}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}}$$

✔ Variable u_R : $u_R + r\frac{u_R}{R} + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = E$

$$u_R\left(1+\frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = E$$

$$u_R + \frac{L}{(R+r)}\frac{du_R}{dt} = \frac{RE}{(R+r)}$$

$$\frac{du_R}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)u_R = \frac{R}{L}E$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = \frac{R}{L}E}$$

✔ Variable en $u_B(t)$:

$$u_B + u_R = E$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

or $u_R = E - u_B$

$$i = \frac{E - u_B}{R}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_B}{dt}$$

$$\Rightarrow -\frac{L}{R}\frac{du_B}{dt} + (R+r)\left(\frac{E-u_B}{R}\right) = E$$

$$-\frac{L}{R}\frac{du_B}{dt} + \left(\frac{R+r}{R}\right)E - \left(\frac{R+r}{R}\right)u_B = E$$

$$-\frac{L}{R}\frac{du_B}{dt} - \left(\frac{R+r}{R}\right)u_B = E - \left(\frac{R+r}{R}\right)E$$

$$= \cancel{E} - \cancel{E} - E\frac{r}{R}$$

$$\Rightarrow -\frac{L}{R}\frac{du_B}{dt} - \left(\frac{R+r}{R}\right)u_B = -E\frac{r}{R}$$

On multiple par $-\frac{R}{L}$

$$\Rightarrow \frac{du_B}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)u_B = E$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_B}{dt} + \frac{1}{\tau}u_B = E\frac{r}{L}}$$

Chercher la solution de l'éqt différentielle :

soit l'éqt° $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$

La solution de cette éqt diff s'écrit sous la forme

$$\boxed{i(t) = A e^{-\alpha t} + B}$$

$i(t=0) = A e^{0} + B = A + B = 0 \Rightarrow A = -B$

$\Rightarrow i(t) = A e^{-\alpha t} - A = A(e^{-\alpha t} - 1)$

Dans l'éqt° diff : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$

$A(-\alpha) e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A(e^{-\alpha t} - 1) = \frac{E}{L}$

$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A}{\tau} e^{-\alpha t} - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$

$A e^{-\alpha t} \left(\frac{1}{\tau} - \alpha\right) - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$

$\frac{A}{\tau} = c^{te}$ et $\frac{E}{L} = c^{te}$ et $A e^{-\alpha t}\left(\frac{1}{\tau} - \alpha\right)$ variable

$\Rightarrow$ par analogie : $\boxed{-\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}}$ et $\underbrace{A e^{-\alpha t}}_{\neq 0}\left(\frac{1}{\tau} - \alpha\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{\tau} - \alpha = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{\tau}}$

Donc $\alpha = \dfrac{1}{\tau}$ et $A = -\dfrac{E\times\tau}{L} = -\dfrac{E}{R+r}$

$$\Rightarrow i(t) = A\left(e^{-\alpha t} - 1\right)$$

$$= -\frac{E}{R+r}\left(e^{-t/\tau} - 1\right)$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

avec $\boxed{I_0 = \dfrac{E}{R+r}}$

✔ Expression de $u_R(t)$

on a $\boxed{u_R = R\,i(t) = \dfrac{RE}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

✔ Expression de $u_B(t)$

$\boxed{1^{re}\ \text{Méthode}}$: $u_B = -e + ri = L\dfrac{di(t)}{dt} + ri(t)$

$$= \cancel{L}\,\frac{E}{\cancel{R+r}} \times \frac{1}{\cancel{\tau}}\,e^{-t/\tau} + r\times\frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\boxed{u_B = E e^{-t/\tau} + \frac{rE}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

$$= E e^{-t/\tau} + \frac{rE}{R+r} - \frac{rE}{R+r}e^{-t/\tau}$$

$$= E e^{-t/\tau}\left(1 - \frac{r}{R+r}\right) + \frac{r}{R+r}E$$

$$u_B(t) = \left(\frac{R+\cancel{r}-\cancel{r}}{R+r}\right)E\,e^{-t/\tau} + \frac{rE}{R+r}$$

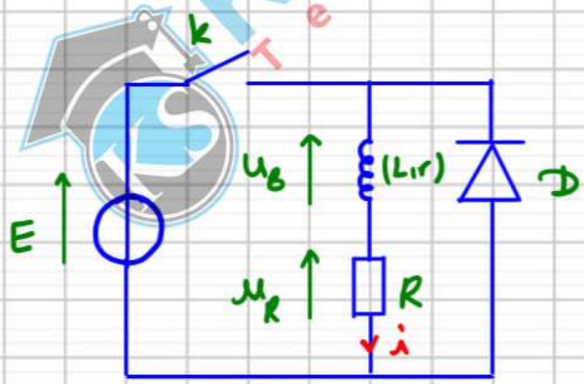
$$\boxed{u_B(t) = \frac{R}{R+r}E\,e^{-t/\tau} + \frac{rE}{R+r}}$$

2ème Méthode: Loi des mailles

$$u_B = E - u_R$$

$$\boxed{u_B(t) = E - \frac{RE}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

Rupture (Annulation) de Courant:



✓ Equation différentielle: loi des mailles: $u_R + u_B = 0$

$$u_R = Ri \; ; \; u_B = ri + L\frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifiée par une variable donnée :

✓ Variable $i(t)$:

$$u_R + u_B = 0$$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = 0$$

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0} \quad (1)$$

✓ Variable $u_R(t)$: $u_R = Ri \Leftrightarrow i = \frac{u_R}{R}$

ona $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0$

$$\frac{1}{\cancel{R}}\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}\frac{u_R}{\cancel{R}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = 0} \quad (2)$$

✔ Variable $u_B(t)$:

$$\boxed{\frac{du_B}{dt} + \frac{1}{\tau} u_B = 0} \quad (3)$$

Solution de l'éqt° différentielle

✔ Solution de l'éqt° diff (1)

La solution elle est de la forme $\boxed{i(t) = A e^{-\alpha t}}$

$i(t=0) = A e^{-0} = A = I_0$

on juste à l'ouverture du Circuit (à $t=0$)

On a $I_0 = \frac{E}{R+r}$ Donc $A = \frac{E}{R+r}$

On remplace $i(t) = A e^{-\alpha t}$ dans l'éqt° (1)

On Écrit : $-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0$

$$\underbrace{A e^{-\alpha t}}_{\substack{\text{variable} \\ \neq 0}} \underbrace{\left(\frac{1}{\tau} - \alpha \right)}_{C^{te}} = \underset{C^{te}}{0}$$

Soit $\frac{1}{\tau} - \alpha = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{\tau}}$

D'où

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}}$$

✓ Solution de l'éqt° diff (2)

$$\boxed{u_R(t) = R\,i(t) = \frac{RE}{R+r} e^{-t/\tau}}$$

✓ Solution de l'éqt° diff (3)

$$u_B + u_R = 0 \Leftrightarrow u_B = -u_R$$

$$\Rightarrow \boxed{u_B(t) = -\frac{RE}{R+r} e^{-t/\tau}}$$

Constante de temps d'un dipôle RL.

Déf: La Constante de temps τ est une grandeur Caractéristique du dipôle RL, elle renseigne sur le retard avec lequel s'établit le régime permanent ou la rupture du Courant dans le

• τ ayant la dimension d'un temps, elle s'exprime en seconde (s)

Détermination de la constante de temps τ.

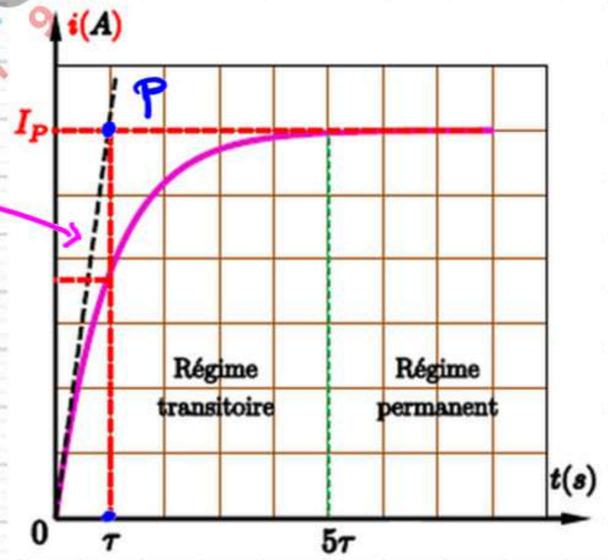
Par calcul direct : $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

Détermination graphique :

• 1ère Méthode :

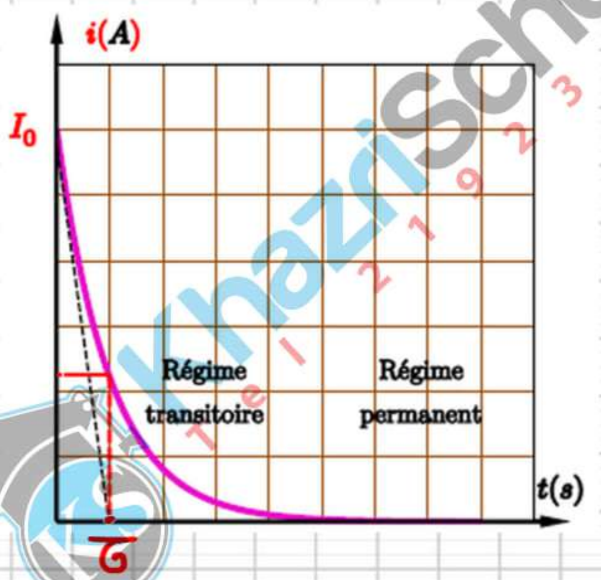
On trace la tangente au point d'abscisse t = 0 s.

L'abscisse du pt P est τ



La courbe i(t) relative à l'établissement du courant

Remarque : La même méthode de détermination graphique de τ s'applique à la courbe $i(t)$ relative à la rupture du courant. En effet la tangente à l'origine des temps coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse τ.



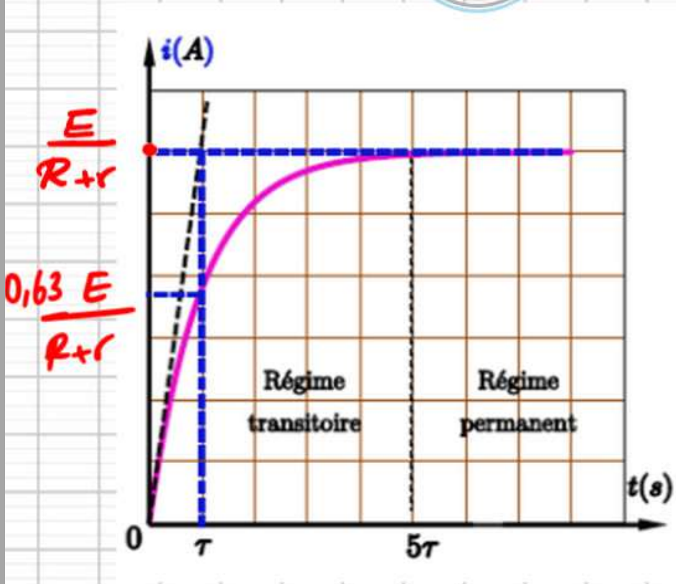
2ème Méthode : En remplaçant t par τ dans $i(t)$ on obtient : $i(\tau) = \frac{E}{R+r}(1 - e^{-1}) = 0{,}63\ \frac{E}{R+r}$

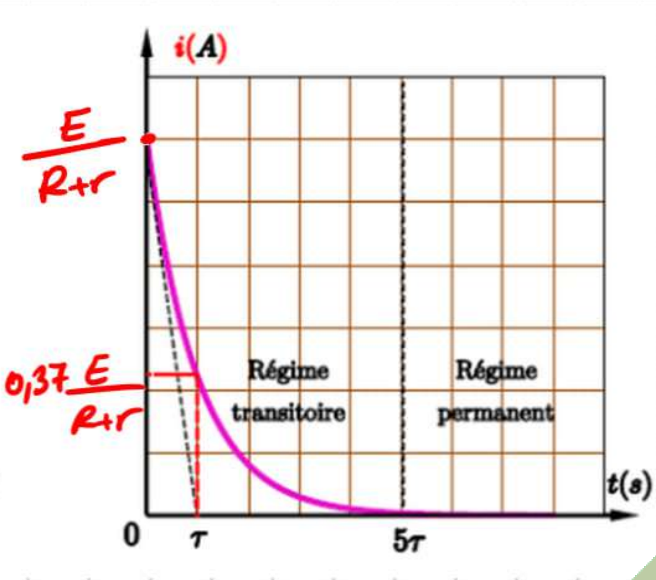
$\Rightarrow$ Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe $i(t)$ d'ordonnée $0{,}63\ \frac{E}{R+r}$, on obtient la valeur de τ.

Dans le cas de la rupture du courant on a :

$$i(\tau) = \frac{E}{R+r} e^{-1} = 0{,}37\ \frac{E}{R+r}$$

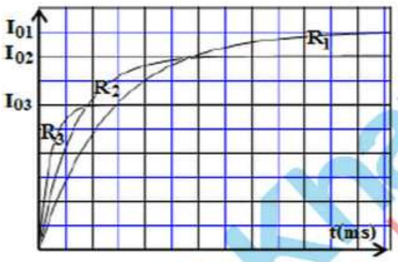
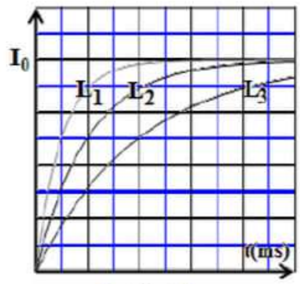
τ est l'abscisse du point de la courbe représentant $i(t)$ d'ordonnée $0{,}37\ \frac{E}{R+r}$





Influence de la variation du coefficient d'inductance L ou de la résistance R sur les courbes.

On a : $I_0 = \frac{E}{R+r}$ et $\tau = \frac{L}{R+r}$

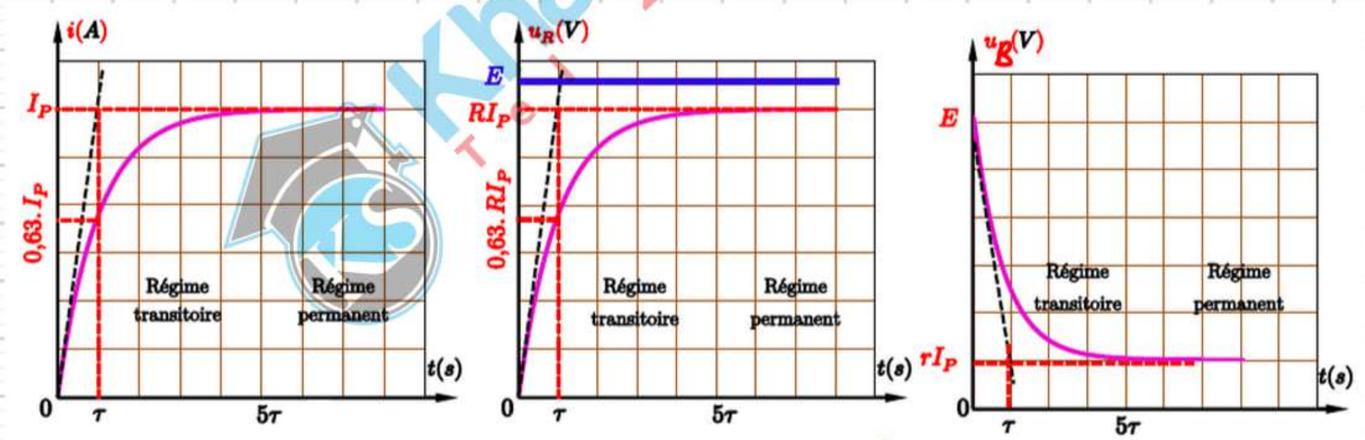
Influence de R :	Influence de L :
I_0 et τ varie toutes les deux : Si R augmente alors I_0 et τ diminuent  $R_3>R_2>R_1$ et $\tau_3<\tau_2<\tau_1$ et $I_{03}<I_{02}<I_{01}$	I_0 est une constante et τ varie : si L augmente alors τ augmente aussi  $L_1<L_2<L_3$ et $\tau_1<\tau_2<\tau_3$

Quelques courbes

Rq : À $t=0$: régime initial $e^{-\alpha t} = e^{-0} = 1$

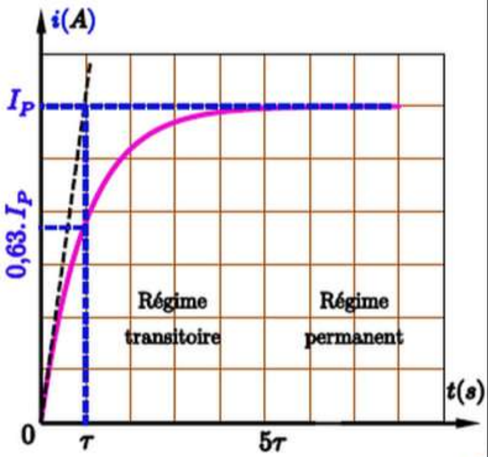
À $t \to \infty$ ou $t > 5\tau$: Le régime permanent $e^{-\alpha t} = 0$

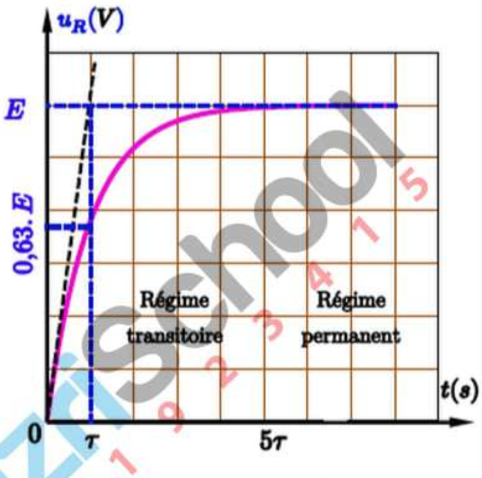
✓ Etablissement de courant ($r \neq 0\ \Omega$)

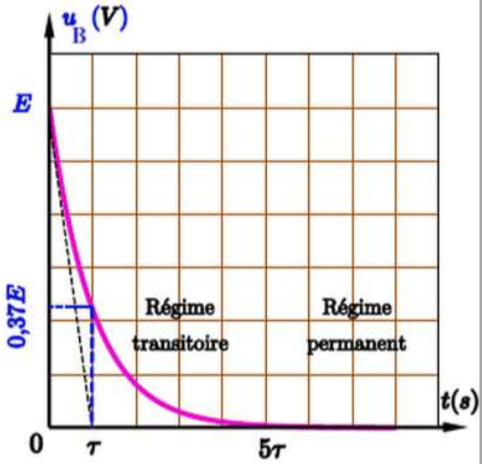


$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}(1 - e^{-t/\tau})}$	$\boxed{u_R(t) = \frac{RE}{R+r}(1 - e^{-t/\tau})}$	$\boxed{u_B(t) = \frac{E}{R+r}(r + Re^{-t/\tau})}$
$i(0) = 0$	$u_R(0) = 0$	$u_B(0) = E$
$i(t\to\infty) = \frac{E}{R+r} = I_P$	$u_R(t\to\infty) = RI_P$	$u_B(t\to\infty) = rI_P$

✓ Etablissement de courant ($r = 0\,\Omega$)







$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

$i(0) = 0$

$i(t\to\infty) = \frac{E}{R+r} = I_p$

$$\boxed{u_R(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

$u_R(0) = 0$

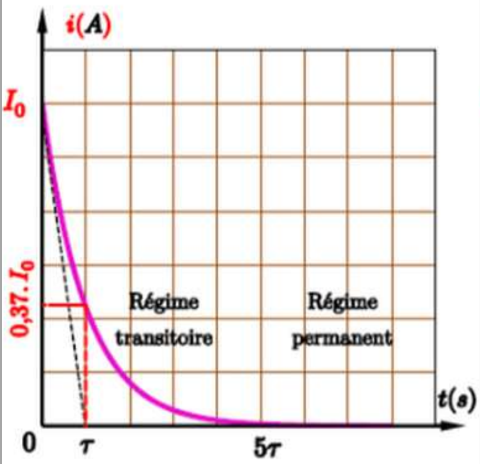
$u_R(t\to\infty) = E$

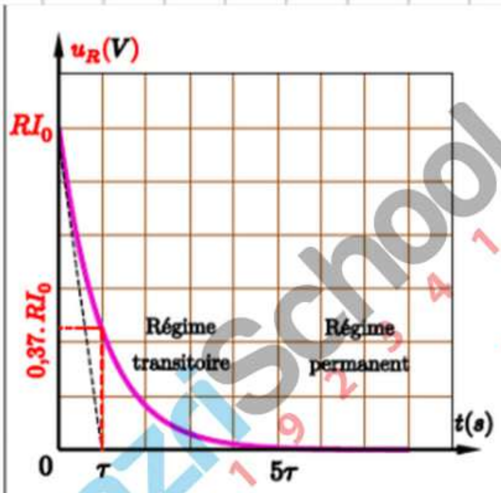
$$\boxed{u_B(t) = E\,e^{-t/\tau}}$$

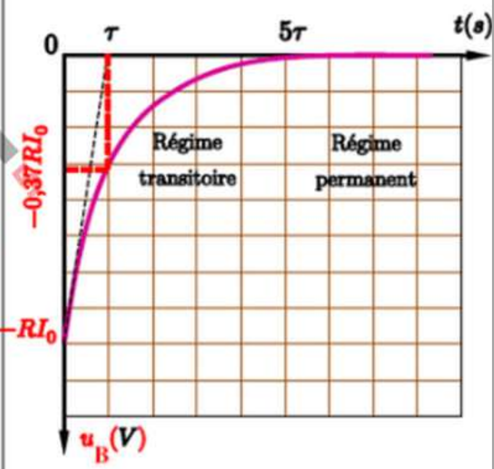
$u_B(0) = E$

$u_B(t\to\infty) = 0$

✓ Rupture de Courant ($r \neq 0\,\Omega$)







$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\, e^{-t/\tau}}$$

$$i(0) = \frac{E}{R+r} = I_0$$

$$i(t\to\infty) = 0$$

$$\boxed{u_R(t) = \frac{RE}{R+r}\, e^{-t/\tau}}$$

$$u_R(0) = \frac{RE}{R+r} = RI_0$$

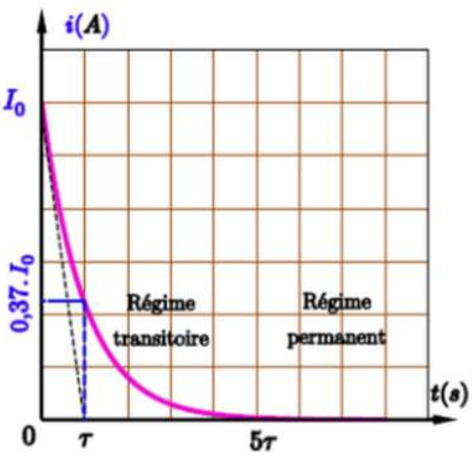
$$u_R(t\to\infty) = 0$$

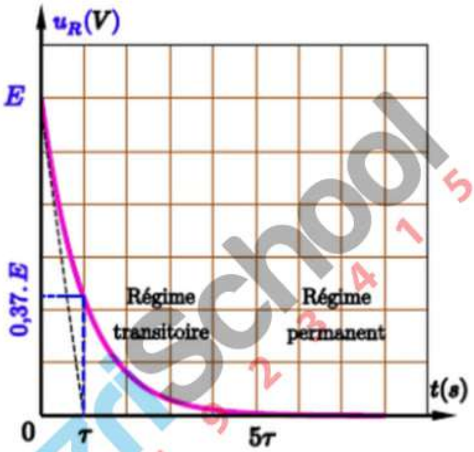
$$\boxed{u_B(t) = -\frac{RE}{R+r}\, e^{-t/\tau}}$$

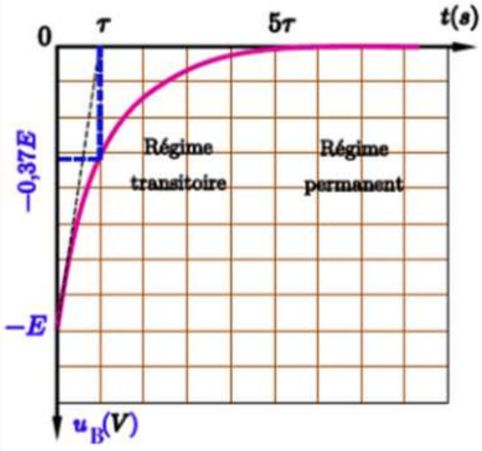
$$u_B(0) = -\frac{RE}{R+r} = -RI_0$$

$$u_B(t\to\infty) = 0$$

✓ Rupture de Courant ($r = 0\ \Omega$)







$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r}\, e^{-t/\tau}}$$

$$\boxed{u_R(t) = E\, e^{-t/\tau}}$$

$$\boxed{u_B(t) = -E\, e^{-t/\tau}}$$

$i(0) = \dfrac{E}{R+r}$

$u_R(0) = E$

$u_B(0) = -E$

$i(t \to \infty) = 0$

$u_R(t \to \infty) = 0$

$u_B(t \to \infty) = 0$

PHYSIQUE BAC 2020

facebook : khazrischool

KS khazriscool

EXOS
résolus

RÉSUMÉ DIPOLE RL

Résumé de cours et conseils de méthode

cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

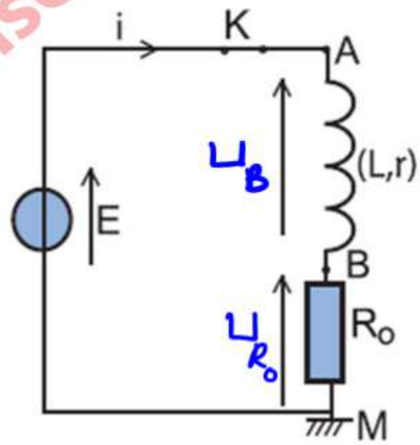
Le Dipôle RL

I - Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension.

Le dipôle RL est constitué d'une bobine associée en série avec un résistor.

1 - Équation différentielle en $i(t)$.

Loi des mailles :



$$E - u_{R_0} - u_B = 0$$

$$u_B + u_{R_0} = E$$

$$-e + ri + R_0 i = E$$

$$L\frac{di}{dt} + (R_0 + r)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_0+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$ on pose $\tau = \dfrac{L}{R_0+r}$

$R_t = R_0 + r$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$$

2/- Solution de l'équation différentielle.

$\boxed{i(t) = A e^{-\alpha t} + B}$ où A, B et α sont des constantes à déterminer.

$$i(t=0) = A e^{0} + B = A + B = 0 \Rightarrow A = -B$$

$$\Rightarrow i(t) = A e^{-\alpha t} - A = A\left(e^{-\alpha t} - 1\right)$$

(2) $i(t) = A\left(e^{-\alpha t} - 1\right)$

(3) $\frac{di}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

En remplaçant $i(t)$ et $\frac{di}{dt}$ dans (1)

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A\left(e^{-\alpha t} - 1\right) = \frac{E}{L}$$

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A}{\tau} e^{-\alpha t} - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$$

$$A e^{-\alpha t}\left(\frac{1}{\tau} - \alpha\right) - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L} \quad (4)$$

$t \to +\infty \Rightarrow e^{-\alpha t} \to 0$

(4) $\Rightarrow 0 - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L} \Rightarrow \boxed{-\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}}$

$$-\frac{A}{\cancel{L}} \times R_t = \frac{E}{\cancel{L}} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{E}{R_t}}$$

$R_t = R_0 + r$

④ $\Rightarrow \underbrace{Ae^{-\alpha t}}_{\neq 0}\underbrace{\left(\frac{1}{\tau}-\alpha\right)}_{=0} = 0$

$\frac{1}{\tau}-\alpha = 0$ sig $\alpha = \frac{1}{\tau}$

D'où $\boxed{i(t) = \frac{E}{R_t}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad i(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

avec $I_0 = \frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_0+r}$

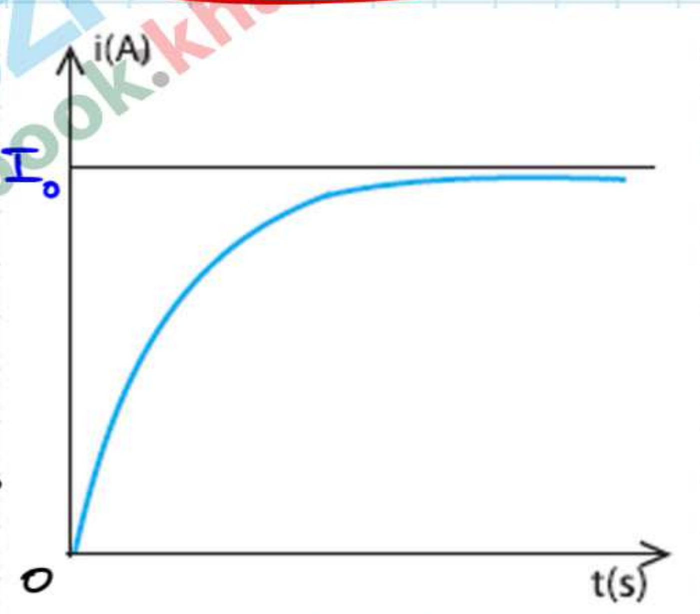
Graphe de i(t)

$t=0 \Rightarrow i=0$

$t \to +\infty \Rightarrow i = I_0$

$i(0) = I_0(1-1) = 0$

$i(t\to+\infty) = I_0(1-0) = I_0$

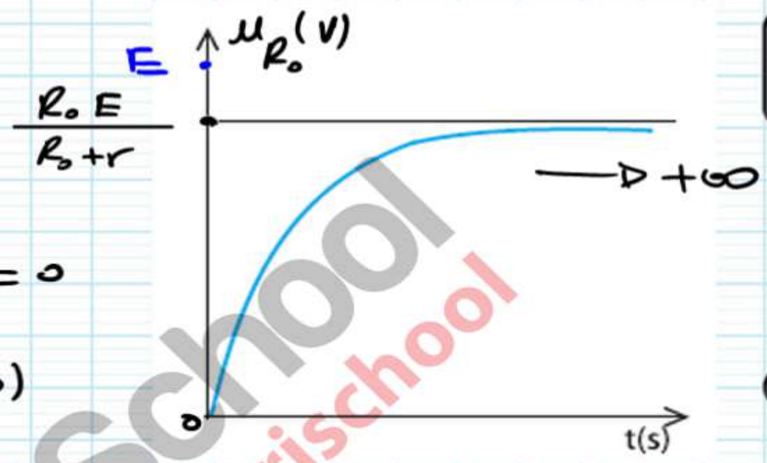


3- Expression de $u_{R_0}(t)$

$$u_{R_0}(t) = R_0\, i(t) = R_0 I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$
$$= \frac{R_0 E}{R_0 + r}(1 - e^{-t/\tau})$$

Graphe de $u_{R_0}(t)$:

$$\frac{R_0 E}{R_0 + r} < E$$



$$u_R(t=0) = \frac{R_0 E}{R_0 + r}(1 - 1) = 0$$

$$u_R(t \to +\infty) = \frac{R_0 E}{R_0 + r}(1 - 0)$$
$$= \frac{R_0 E}{R_0 + r}$$

4- Expression de $u_B(t)$

$$u_B(t) = E - u_{R_0}(t) = E - \frac{R_0 E}{(R_0 + r)}(1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_B(t) = \frac{E}{R_0 + r}\left[(R_0 + r) - R_0(1 - e^{-t/\tau})\right]$$

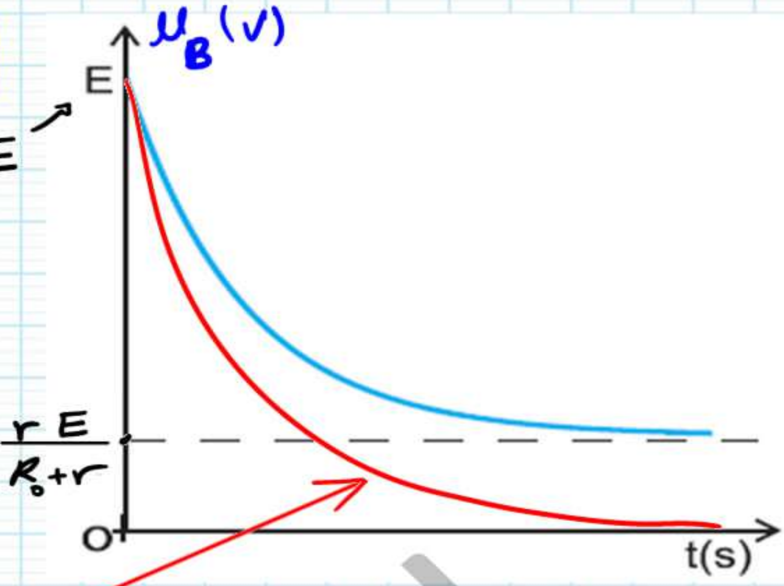
$$\boxed{u_B(t) = \frac{E}{(R_0 + r)}(r + R_0 e^{-t/\tau})}$$

Graphe de $u_B(t)$

$u_B(t=0) = \frac{E}{\cancel{R_0+r}}(\cancel{r+R_0}) = E$

$u_B(t \to +\infty) = \frac{E}{R_0+r}(r+0)$

$= \frac{rE}{R_0+r}$



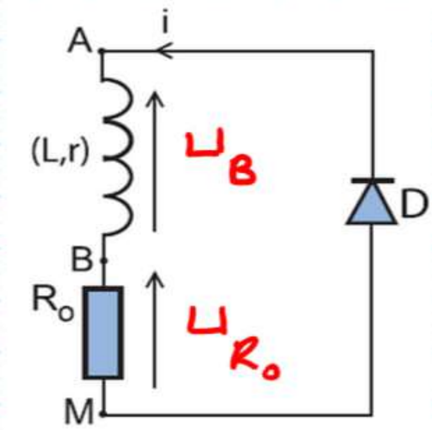
Rq : Pour $r=0$ $u_B = E e^{-t/\tau}$

Pour $t=0$ d'où $u_B(t=0) = E$

$t \to +\infty$ d'où $u_B(t\to+\infty) = 0$

IV – La rupture du courant dans un dipôle RL

1/ Eqt diff en i(t)



Loi des mailles :

$u_B + u_{R_0} = 0$

$L\frac{di}{dt} + ri + R_0 i = 0$

$L\frac{di}{dt} + (R_0+r)i = 0$

avec $R_t = R_0 + r$

D'où (6) $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0}$ avec $\tau = \frac{L}{R_t}$

Éqt° diff en $i(t)$

2/ Solution de l'éqt° diff en $i(t)$

$i(t) = A e^{-\alpha t}$ où A et α sont des constants.

$i(t=0) = A e^{0} = A = I_0 = \frac{E}{R_t}$

. On remplace $i(t)$ dans l'éqt° diff (6).

$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0$

D'où $\underbrace{A e^{-\alpha t}}_{\neq 0} \underbrace{\left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right)}_{= 0} = 0 \quad \forall t$

$\frac{1}{\tau} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$

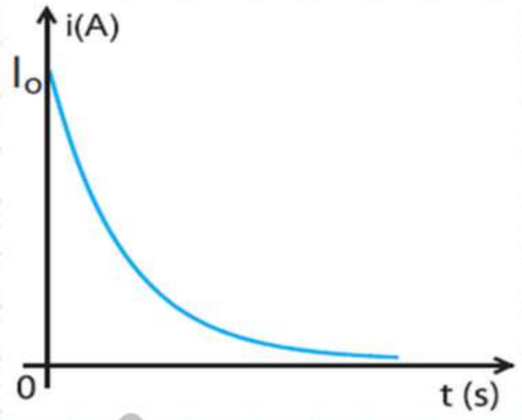
Donc $i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$

Graphe de i(t)

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$i(t=0) = I_0 e^{0} = I_0$$

$$i(t \to +\infty) = I_0 e^{-\infty} = 0$$



3- Expression de $u_B(t)$.

$$u_B = -e + ri = L\frac{di}{dt} + ri$$

or $$\frac{di}{dt} = I_0\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau} = \frac{E}{R_t}\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau}$$

D'où $$u_B(t) = L\frac{E}{R_t}\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau} + \frac{rE}{R_t}e^{-t/\tau}$$

$$= -E e^{-t/\tau} + \frac{rE}{R_t}e^{-t/\tau}$$

$$u_B(t) = \left(\frac{r}{R_t} - 1\right)E e^{-t/\tau}$$

* Graphe de $u_B(t)$

$$u_B(t) = \left(\frac{r}{R_t} - 1\right) E\, e^{-t/\tau}$$

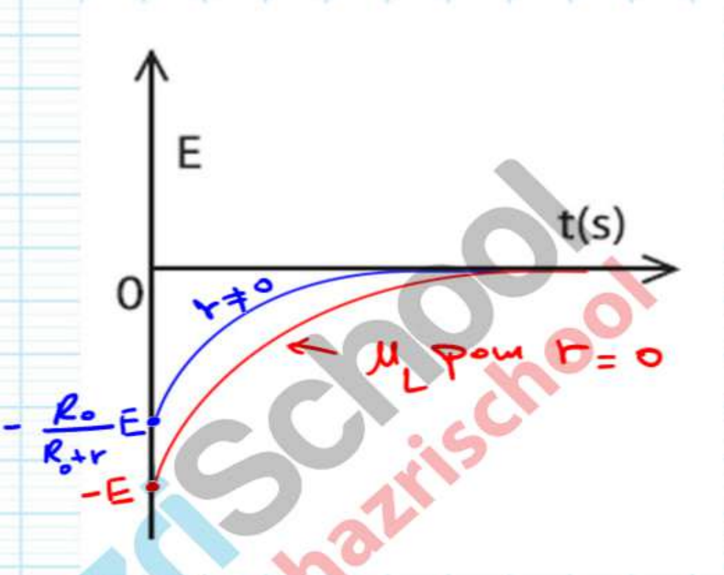
Si $r = 0$

$$u_B(t) = -E\, e^{-t/\tau}$$

$$u_B(t=0) = \left(\frac{r}{R_0+r} - 1\right) E$$

$$= \frac{-R_0}{R_0+r} E$$

$$u_B(t \to +\infty) = 0$$



4- Expression de $u_{R_0}(t)$

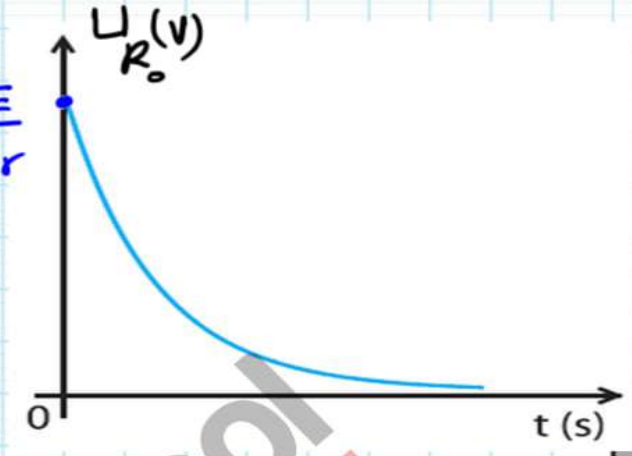
$$u_{R_0}(t) = R_0\, i(t) = R_0 I_0\, e^{-t/\tau}$$

$$= U_{R_0 max}\, e^{-t/\tau}$$

D'où $\boxed{u_{R_0}(t) = \frac{R_0 E}{R_0+r}\, e^{-t/\tau}}$

* Graphe de $u_{R_0}(t)$.

$$\boxed{u_{R_0}(t) = \frac{R_0 E}{R_0 + r} e^{-t/\tau}}$$



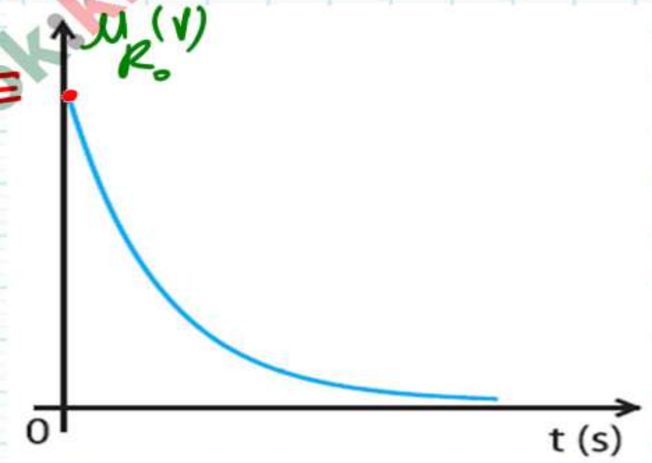
$t = 0$ $u_{R_0}(t=0) = \frac{R_0 E}{R_0 + r}$

$t \to +\infty \Rightarrow u_{R_0}(t \to +\infty) = 0$

Rq : Pour $r = 0 \Rightarrow u_{R_0}(t) = E e^{-t/\tau}$

$u_{R_0}(t=0) = E$

$u_{R_0}(t \to +\infty) = 0$



III - Constante de temps de dipôle RL

1- Analyse dimentionnelle :

verifier que la grandeur $\tau = \frac{L}{R}$ a la dimension du temps ?

$$u_L = L\frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{u_L}{\left(\frac{di}{dt}\right)}$$

$$[L] = \frac{[U]\times[T]}{[I]}$$

loi d'ohm : $U = R.i$

on tire : $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

$$\boxed{[\tau]} = \frac{[L]}{[R]} = [\cancel{U}]\frac{[T]}{[\cancel{I}]}\cdot\frac{[\cancel{I}]}{[\cancel{U}]} = [T] = \boxed{[temps]}$$

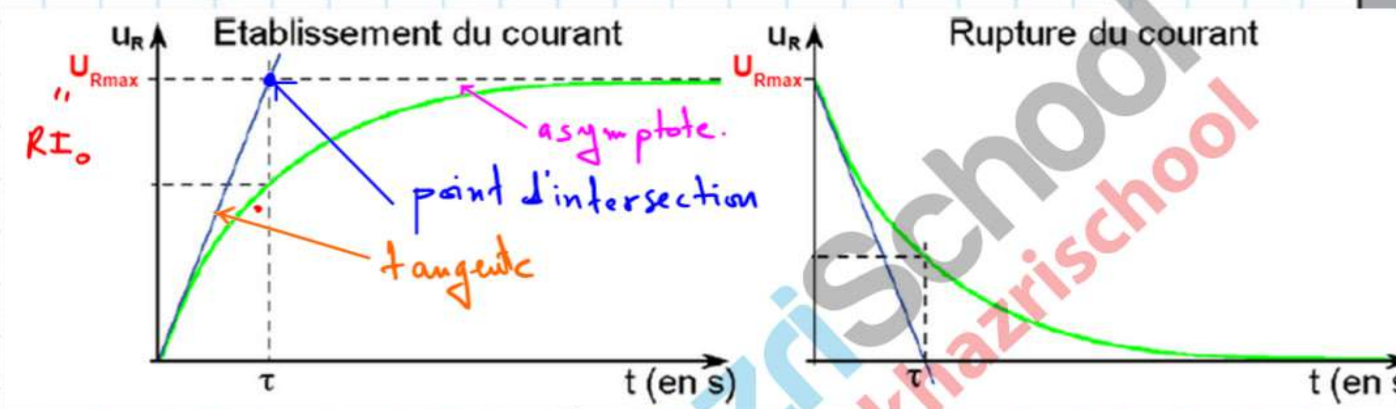
$\Rightarrow$ La Constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ est homogène à temps.

2- Détermination de la constante de temps τ.

a- Par calcul direct : $\tau = \dfrac{L}{R_0 + r} = \dfrac{L}{R_t}$

b- Graphiquement.

1ère Méthode :



On trace la tangente à la courbe à l'origine, elle coupe l'asymptote $y = U_{R_{max}}$ au point d'abscisse $\boxed{t = \tau}$

La tangente à l'origine des temps coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse : $\boxed{t = \tau}$

2ème Méthode : lors de l'établissement du courant :

$$u_R(t) = R\,i(t) = RI_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$
$$= U_{R_{max}}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Pour $t = \tau \Rightarrow u_R(t=\tau) = U_{Rmax}(1 - e^{-1})$

$$= 0{,}63\, U_{Rmax}$$

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est égale à $0{,}63\, U_{Rmax}$ on obtient la valeur de τ.

Lors de l'ouverture $u_R(t) = U_{Rmax}\, e^{-t/\tau}$

On détermine $u_R(t=\tau) = U_{Rmax}\, e^{-\tau/\tau}$

$$= U_{Rmax}\, e^{-1} = 0{,}37\, U_{Rmax}$$

$$\Rightarrow u_R(\tau) = 0{,}37\, U_{Rmax}$$

d'où l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée égale à $0{,}37\, U_{Rmax}$ donne la valeur de τ.

Rq : De même on peut déterminer τ pour $u_L(t)$ et $i(t)$.

PHYSIQUE BAC 2020

facebook : khazrischool

khazriscool

EXOS résolus

RÉSUMÉ

RLC LIBRE

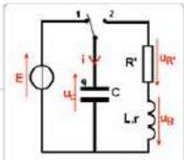
Résumé de cours et conseils de méthode

cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

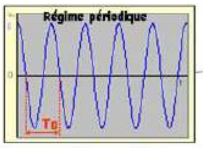
Oscillations libres dans un circuit RLC série

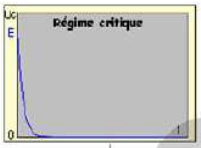
- **circuit**



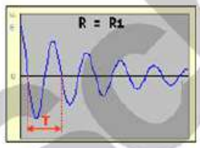
on pose R = R' + r

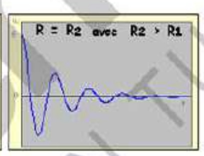
- **Commutateur (k) en position 2 décharge oscillante**
  - pas de résistance : régime périodique — T_o: période propre
  - R<Rc : régime pseudo périodique — T: pseudopériode
  - R=Rc : régime critique : pas d'oscillations
  - R>Rc : régime apériodique : décharge lente





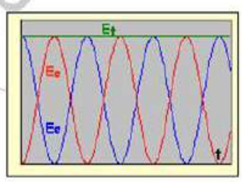
- **influence des paramètres du circuit sur les oscillations**
  - résistance — influe sur le régime et sur l'amortissement
  - bobine — si L augmente, T augmente
  - condensateur — si C augmente T augmente
  - générateur — E n'a pas d'influence sur les oscillations

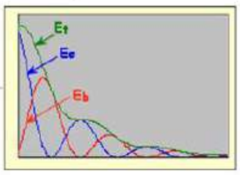




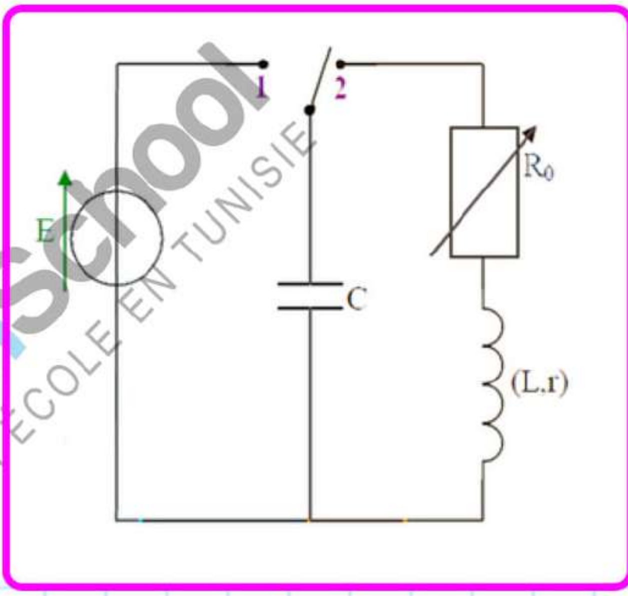
- **évolution temporelle de la tension u_c**
  - $u_c + u_b + u_R = 0$
    équation différentielle :
    $LC.d^2u_c/dt^2 + RC.du_c/dt + u_c = 0$
  - si R= 0 solution :
    $u_c = U_m.\sin(W_o.t + \Phi)$
    $u_c = U_m.\sin[(2\pi/T_o).t + \Phi]$
    - Um : amplitude maximale des oscillations (V)
    - phase : $W_o.t + \Phi$
      - W_o (pulsation) : $W_o = 2\pi/T_o$
      - Φ: phase à l'origine
    - T_o (période propre) : $T_o = 2\pi\sqrt{(LC)}$

- **énergie**
  - transfert d'énergie permanent du condensateur vers la bobine et inversement
  - $E_t = E_e + E_b$
    - $E_e = 1/2C.u_c^2$
    - $E_b = 1/2L.i^2$
    - l'energie totale, E_t
      - reste constante si R = 0
      - diminue si R ≠ 0 par pertes dues à l'effet Joule

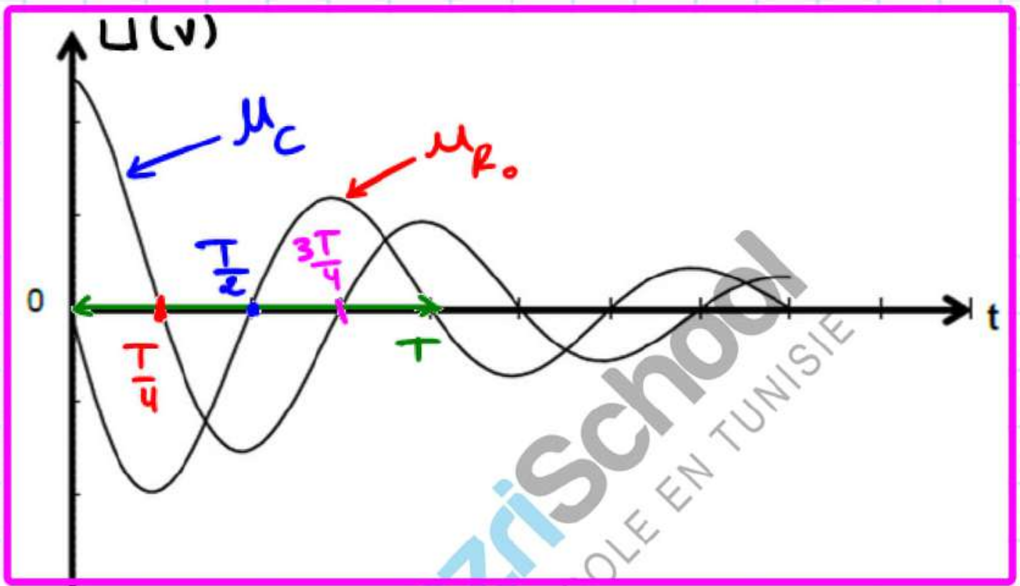




B- Oscillations libres amorties



- On charge le commutateur K sur la position 1.
- K sur la position 2 : décharge du condensateur dans la bobine et le résistor.
- On dit qu'un circuit **RLC** série est en régime libre lorsqu'il ne subit aucun apport d'énergie après l'instant initial (ici pas de générateur)

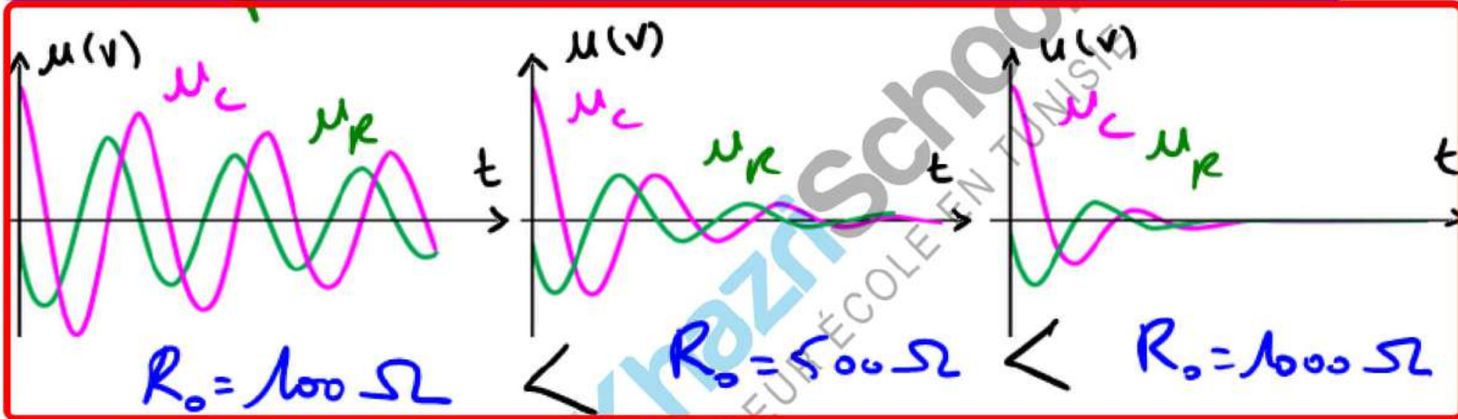


L'amplitude de $u_C(t)$ ou $u_R(t)$ (de même pour $i(t)$ et $q(t)$) diminue au cours du temps :

Les oscillations sont dites amorties.

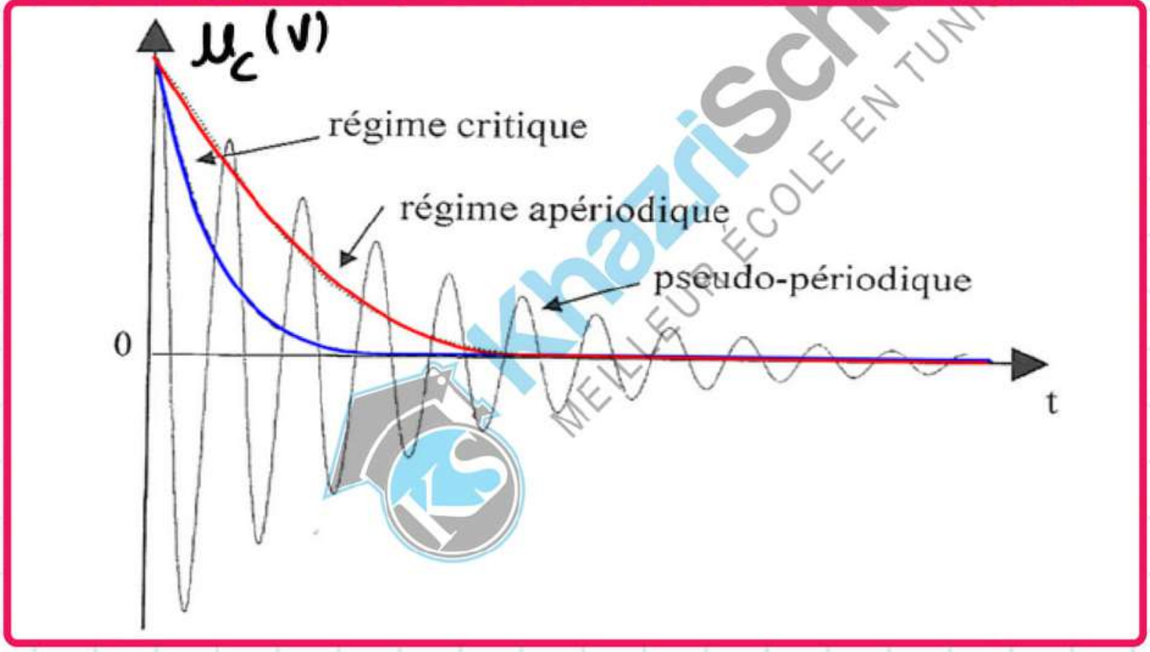
⇒ Les oscillations libres amorties sont des oscillations **pseudo-périodiques** de pseudo-période T.

1 – influence de l'amortissement.



→ Lorsque R_0 augmente les oscillations deviennent de plus en plus amorties (le nombre d'oscillations diminue) alors que la pseudo-période T augmente légèrement.

1_ Régime d'oscillation.



Le Circuit RLC serie est le siège d'oscillations électriques ou non, suivant la valeur de $R_t = R_0 + r$

a/ Régime pseudo-périodique

$R_t < R_C$ (résistance critique)

- Si R_t est faible, il y a des oscillations dont l'amplitude décroit

b/ Régime Critique $R_t = R_c$:

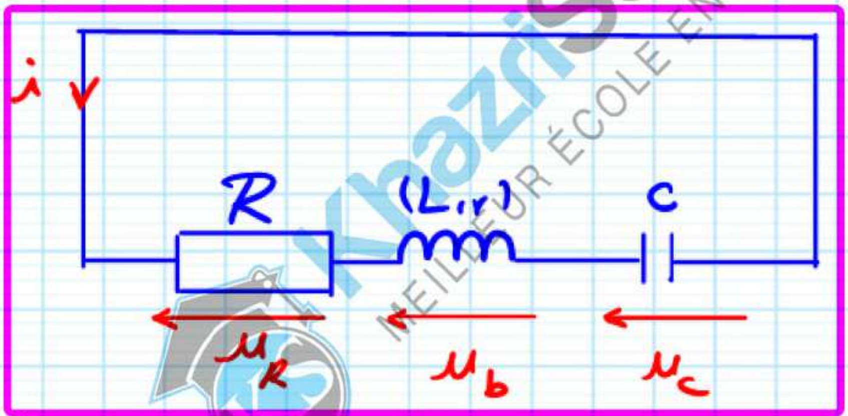
La tension tend rapidement vers zéro sans osciller.

c/ Régime apériodique $R_t > R_c$:

- Il n'y a pas d'oscillations.
- La tension tend lentement vers 0.

R. Etude théorique

1/ Equation différentielle en q(t).



Loi des mailles :

$$u_R + u_b + u_c = 0$$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

or $i = \frac{dq}{dt}$; $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

$$\boxed{L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

on pose : $\boxed{\tau = \frac{L}{(R+r)} \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0}$$

2/ Equation différentielle en $u_C(t)$.

$u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q(t) = C \times u_C(t)$

$$\cancel{C}\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\cancel{C}\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 \cancel{C} u_C = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0}$$

3) Equation différentielle en $i(t)$

Loi des mailles : $u_R + u_L + u_C = 0$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i + \omega_0^2 q = 0$$

on dérive par rapport au temps.

$$\boxed{\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0}$$

4) Equation différentielle en $u_R(t)$.

$u_R(t) = R\,i(t)$; $i(t) = \frac{u_R}{R}$

$$\frac{d^2u_R}{\cancel{R}dt^2} + \frac{1}{\tau}\times\frac{1}{\cancel{R}}\frac{du_R}{dt} + \omega_0^2\frac{u_R}{\cancel{R}} = 0$$

$$\frac{d^2u_R}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{du_R}{dt} + \omega_0^2 u_R = 0$$

5) Non Conservation de l'energie E totale d'un Circuit RLC en Série.

$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}\frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}Li\frac{di}{dt}$$

$$= \frac{q}{C}i + Li\frac{di}{dt}$$

$$= i\left[\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt}\right]$$

D'après l'équation diff.

$$L \times \frac{di}{dt} + \frac{\cancel{L} \times R_t \times i}{\cancel{L}} + \frac{\cancel{L} \times q}{\cancel{L}C} = 0 \times L$$

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = -R_t i \quad \text{avec } R_t = R + r$$

Donc $\frac{dE}{dt} = i\left[\underbrace{\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt}}_{\text{"}}\right]$

$$= i \times (-R_t i) = -R_t i^2$$

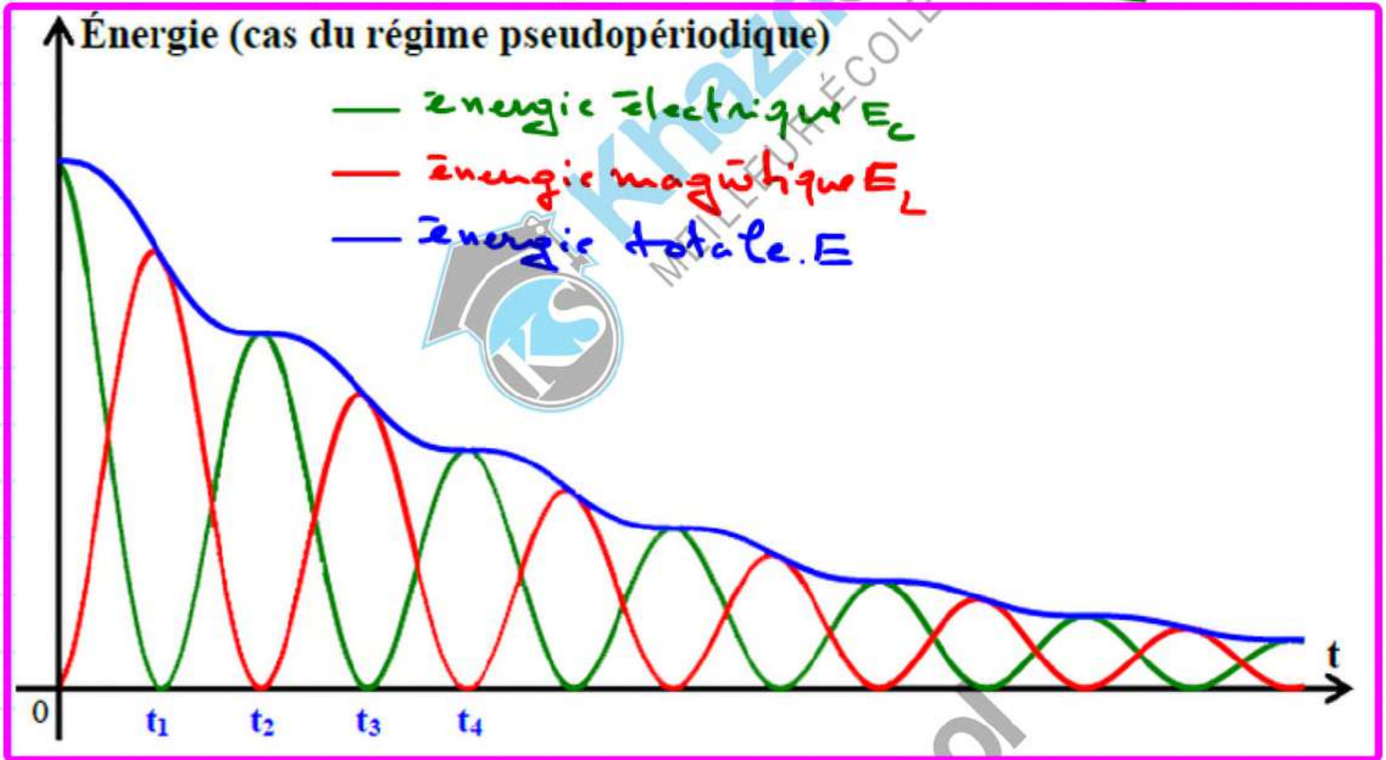
$$\frac{dE}{dt} = -\underbrace{R_t}_{>0}\underbrace{i^2}_{>0} < 0$$

$$\boxed{dE = -R_t i^2 dt}$$

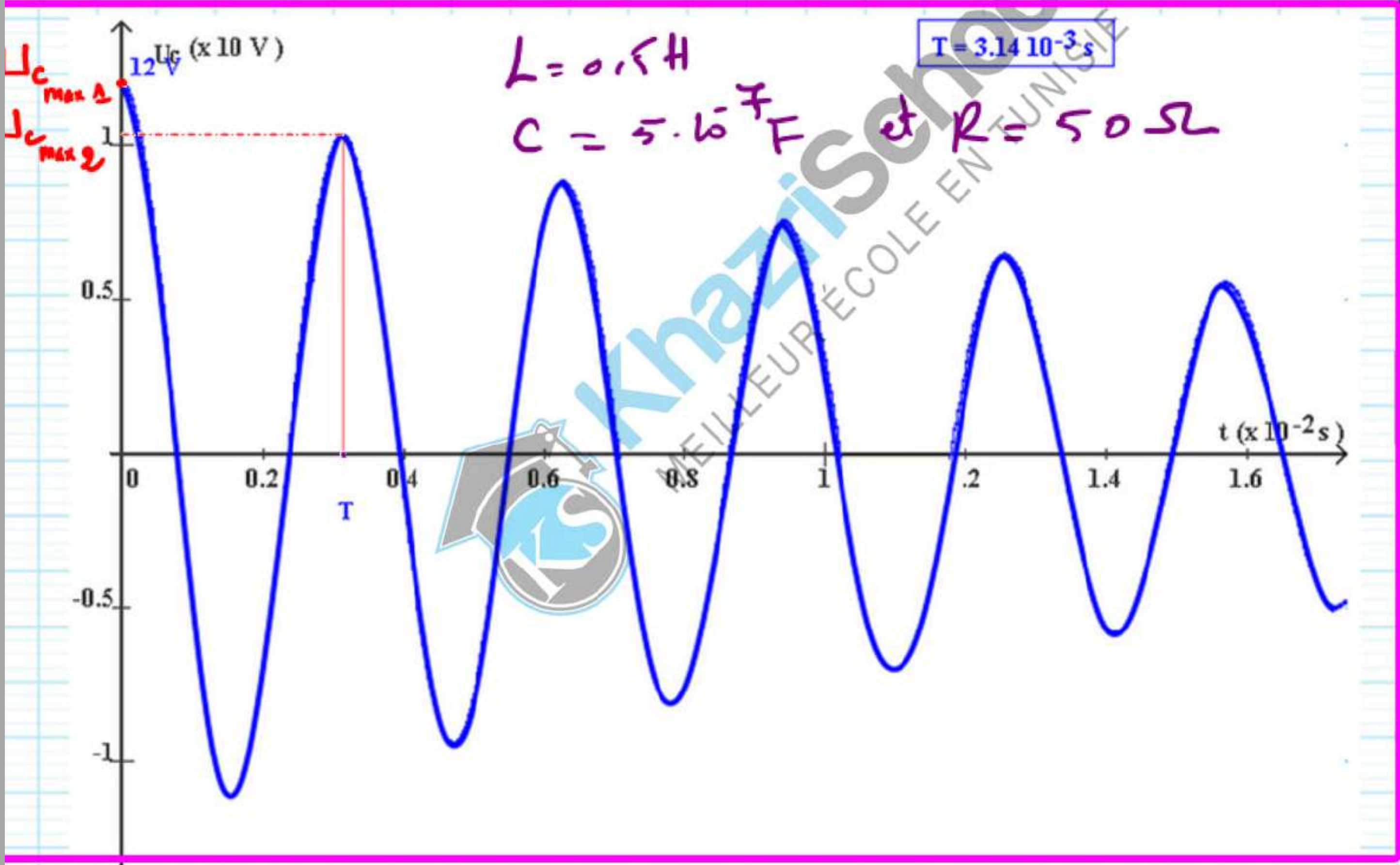
$dE < 0$: E diminue au cours du temps, une partie de cette energie est dissipée par effet Joule dans la résistance du circuit.

⇒ L'oscillateur est amortie : c'est un système non conservatif.

6/ Evolution temporelle des énergies.



7/ Détermination la variation et la perte d'énergie.



- Variation d'énergie entre $t_1 = 0$ et $t_2 = T$

à $t_1 = 0$ on a $u_{c_1} = u_{c_{max_1}} = 12V$

d'où $E_1 = E_{c_{max_1}} = \frac{1}{2} C U^2_{c_{max_1}}$

$= 3,5 \times 10^{-6}\ J$

à $t_2 = T$; $E_2 = E_{c_{max_2}} = \frac{1}{2} C U^2_{c_{max_2}}$

$= 2,6 \times 10^{-5}\ J$.

La variation de l'energie est :

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} C U_{Cmax_2}^2 - \frac{1}{2} C U_{Cmax_1}^2$$

$$= -0{,}87 \times 10^{-5}\ J < 0$$

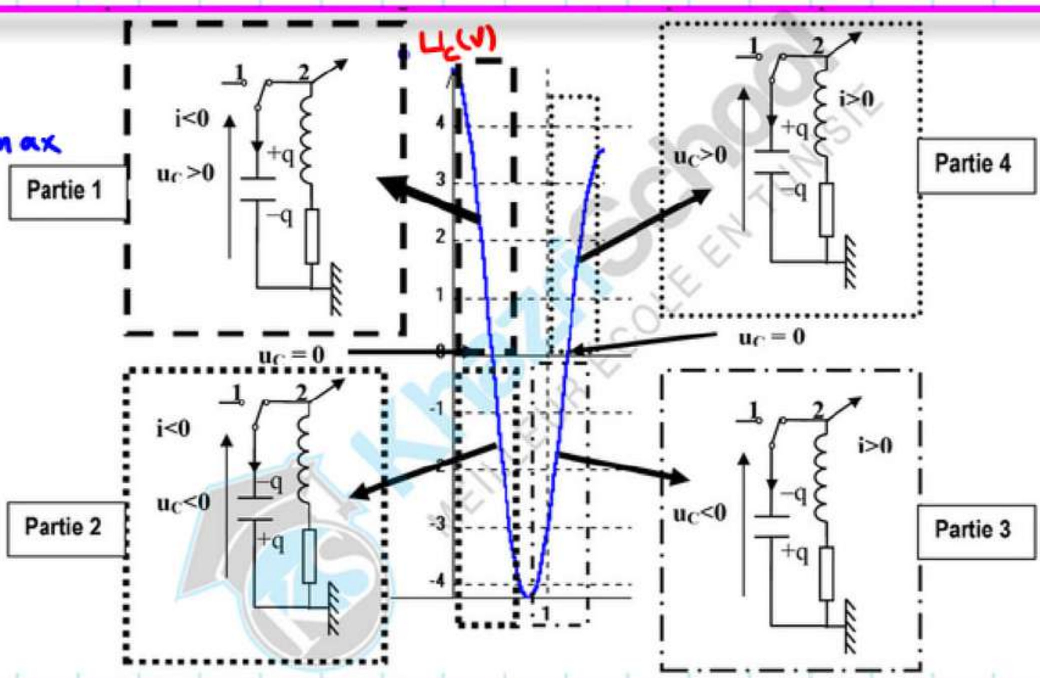
La perte de l'energie est :

$$\boxed{|\Delta E| = |E_2 - E_1| = 0{,}87 \times 10^{-5}\ J.}$$

8/ Comprendre les oscillations de la tension aux bornes du condensateur.

. Remarque préliminaire : Le circuit ne comporte plus le générateur, mais on conserve la flèche intensité en convention recepteur. Elle n'indique pas forcément le sens réel du courant. C'est le signe i qui permet de connaitre le sens réel du courant.

à t = 0
$u_C = U_{Cmax}$
i = 0



Partie 1 : $u_C > 0$ et décroissante ($u_C \searrow$) elle varie de 5V à 0V, le Condensateur se décharge, $i < 0$ car $i = C\frac{du_C}{dt} < 0$

avec $\frac{du_C}{dt}$: le Coef directeur de la tangente à la Courbe $u_C(t)$ à l'instant t.

Partie 2 : $u_C < 0$ et décroissante, elle varie de 0 à −4,3 , $i = C\frac{du_C}{dt} < 0$

Le Condensateur se charge mais de façon opposée a sa charge initiale (voir charge +q et −q)

Partie 3 : $u_c < 0$ et croissante, elle varie de $-4{,}3\,V$ à $0\,V$, $i = C\dfrac{du_c}{dt} > 0$

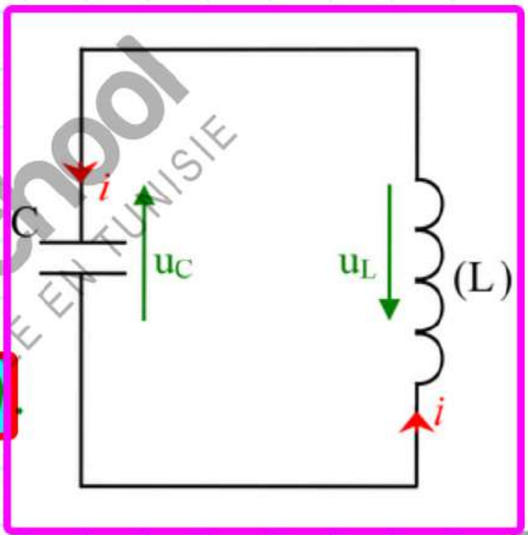
le condensateur se décharge.

Partie 4 : $u_c > 0$ et croissante, elle varie de $0\,V$ à $3{,}5\,V$, $i = C\dfrac{du_c}{dt} > 0$

le condensateur se charge, sauf u_c n'atteint plus la valeur de $5\,V$.

B- Dipôle LC

Décharge d'un condensateur dans une bobine.



1- Equation différentielle en q(t).

Loi des mailles : $u_L + u_c = 0$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad \text{or } i = \frac{dq}{dt}$$

$$\text{d'où } \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0}$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$

amplitude (Q_m) ; pulsation propre (ω_0) ; phase initiale (φ_q).

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad ; \quad N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

T_0 : période propre ; N_0 : fréquence propre.

2- Equation différentielle en $u_C(t)$.

Loi des mailles : $u_L + u_C = 0$

$$L\frac{di}{dt} + u_C = 0 \quad \text{or } i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

D'où l'éqt° diff : $\boxed{\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{u_C}{LC} = 0}$

La solution de cette équation est :

$$u_C = U_{Cm}\sin(\omega_0 t + \varphi_{u_C})$$

$$u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C \times u_C$$

① $q(t) = C\,U_{Cm}\sin(\omega_0 t + \varphi_{u_C})$

② $q(t) = Q_m\sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

Par identification entre ① et ② on a :

$\boxed{Q_m = C\,U_{Cm}}$ et $\boxed{\varphi_{u_C} = \varphi_q}$

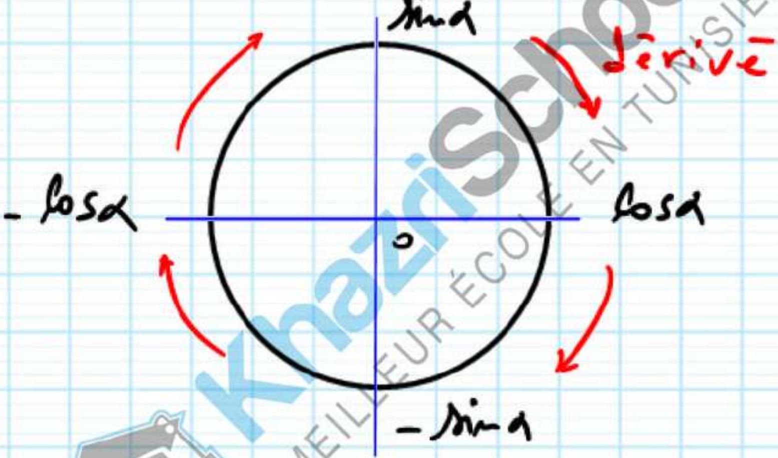
Remarque :

1- Relation entre q(t) et i(t).

on a $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)\right)$$

$$\sin(\omega_0 t + \varphi_q)' = (\omega_0 t + \varphi_q)' \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$$
$$= \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$$
$$\cos(\omega_0 t + \varphi_q)' = -(\omega_0 t + \varphi_q)' \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$
$$= -\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)\right)$$

$$= Q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$i(t) = Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_q + \frac{\pi}{2})$$

$$= I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_I)$$

car $\sin(\alpha + \pi/2) = \cos\alpha$; ici on pose : $\alpha = \omega_0 t + \varphi_q$

$$\boxed{I_m = \omega_0 Q_m} \qquad \boxed{\varphi_I = \varphi_q + \frac{\pi}{2}}$$

I- Relation entre $i(t)$ et $u_c(t)$

$$i = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d}{dt}\left(U_{cm}\sin(\omega_0 t + \varphi_{u_c})\right)$$

$$= C U_{cm} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_{u_c})$$

$$= C U_{cm} \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_{u_c} + \pi/2)$$

$$= I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_I)$$

Par identification des termes on a :

$$\boxed{I_m = C U_{cm} \omega_0} \text{ et } \boxed{\varphi_I = \varphi_{u_c} + \pi/2}$$

3- Vérification de l'équation différentielle et détermination de ω_0.

Soit l'éqt° différen $q(t)$:

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0}$$

tel que $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)\right) + \frac{Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)}{LC} = 0$$

$$-\omega_0^2 Q_m \cancel{\sin(\omega_0 t + \varphi_q)} + \frac{1}{LC} Q_m \cancel{\sin(\omega_0 t + \varphi_q)} = 0$$

$$-\omega_0^2 + \frac{1}{LC} = 0$$

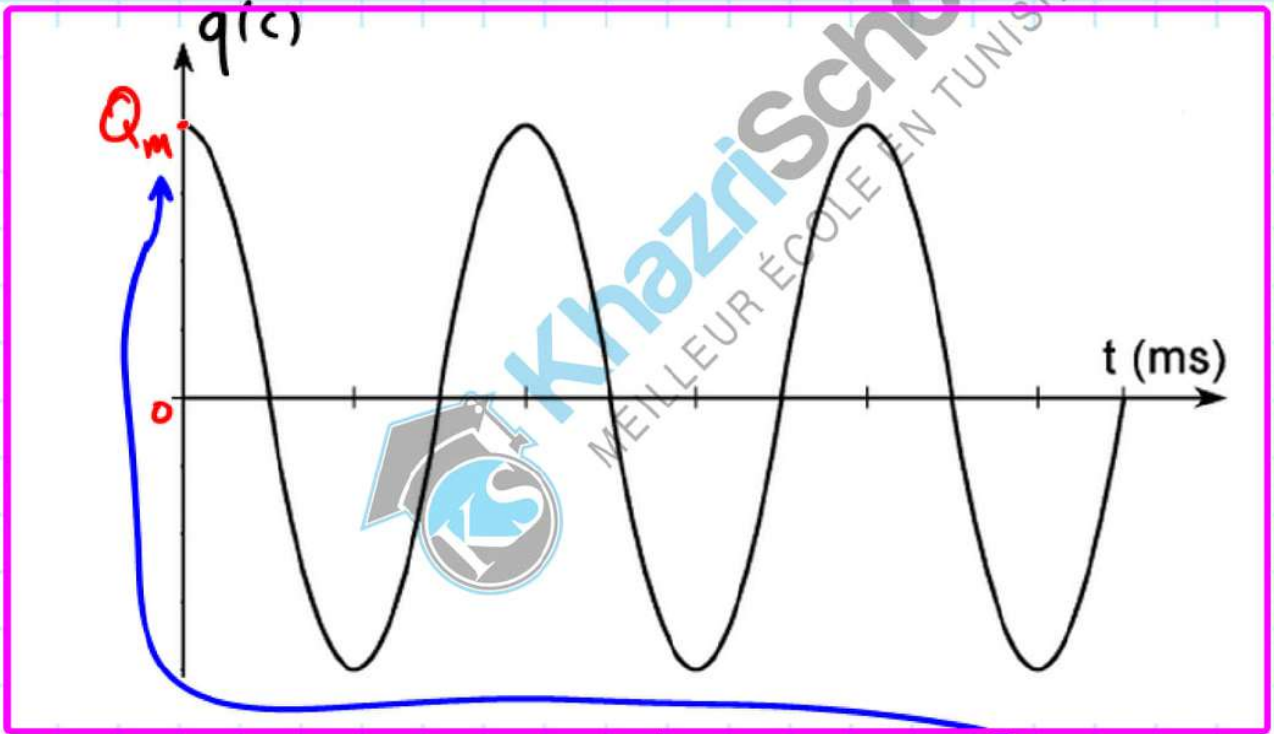
D'où

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

4) Détermination de la phase initiale φ_q :



$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$

à $t=0$ $\quad q(t=0) = q(0) = Q_m$

$$= Q_m \sin(\omega_0 \times 0 + \varphi_q)$$

$$= Q_m \sin \varphi_q$$

Donc $\quad q(0) = \cancel{Q_m} \sin \varphi_q = \cancel{Q_m}$

$\Rightarrow \sin \varphi_q = 1 \Rightarrow \varphi_q = \pi/2$ rad.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

III - Conservation de l'energie totale du l'oscillation LC.

- 1ère Methode

$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$E = E_c + E_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{Q_m^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_q) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q)$$

On $\frac{1}{C} = L\omega_0^2$

$$= \frac{Q_m^2}{2C} \left[\underbrace{\sin^2(\omega_0 t + \varphi_q) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q)}_{=1} \right]$$

$$\boxed{E = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} L I_m^2 = \text{Constante}}$$

2ème Méthode:

$$E = E_c + E_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2} L i^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\cancel{2}C} \times \cancel{2} q \times \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{i} + \frac{1}{\cancel{2}} L \cancel{2} i \frac{di}{dt}$$

$$= i \underbrace{\left[\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} \right]}_{0 \text{ d'après l'éqt° diff.}}$$

$$\boxed{\text{d'où } \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E = C^{te}}$$

D'où l'Oscillation d'un système Conservatif.

IV - Transformation mutuelle des energies.

Rappel : $\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

$$E_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_m^2}{2C}\sin^2(\underbrace{\omega_0 t + \varphi_q}_{=\alpha})$$

$$= \frac{Q_m^2}{2C}\left[\frac{1-\cos(2\omega_0 t + 2\varphi_q)}{2}\right]$$

$$= \frac{Q_m^2}{4C}\left[1-\cos(2\omega_0 t + 2\varphi_q)\right]$$

$$= \frac{E_{cm}}{2}\left[1-\cos(\underbrace{2\omega_0}_{\omega_c} t + 2\varphi_q)\right]$$

E_c est periodique de periode T_c :

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi}{2\omega_0} = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} \times T_0 = \frac{T_0}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_c = \frac{T_0}{2}}$$

$$E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{1}{2} L Q_m^2 \omega_0^2 \cos(\underbrace{\omega_0 t + \varphi_q}_{=\alpha})$$

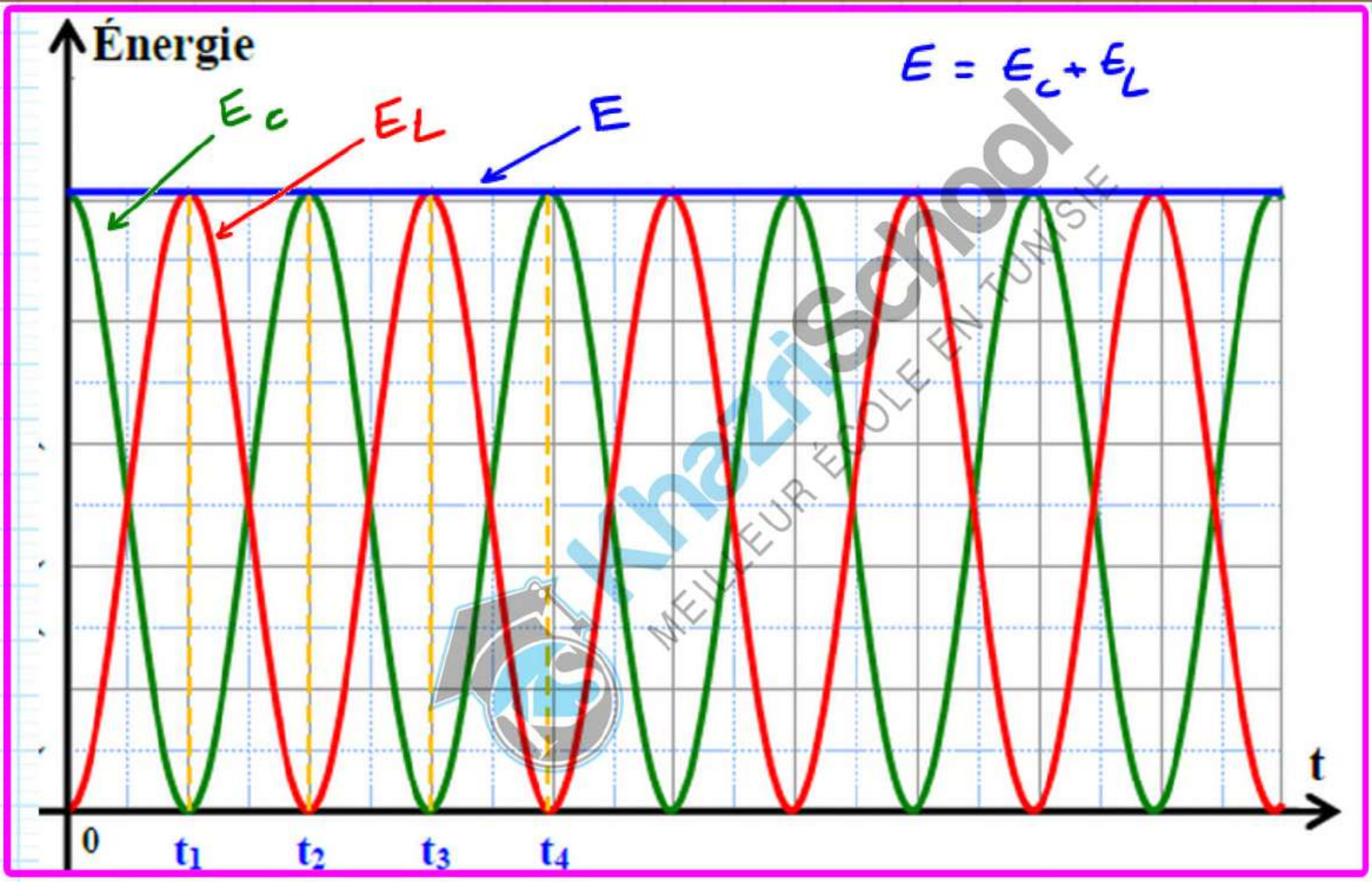
$$= \frac{1}{2} L Q_m^2 \omega_0^2 \left[\frac{1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_q)}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{4} L \underbrace{Q_m^2 \omega_0^2}_{= I_m^2} \left[1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_q)\right]$$

$$= \frac{E_{L\,max}}{2} \left[1 + \cos(\underbrace{2\omega_0}_{= \omega_L} t + 2\varphi_q)\right]$$

E_L est periodique de periode T_L :

$$T_L = T_c = \frac{2\pi}{2\omega_0} = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{T_0}{2}$$



à $t_0 = 0$: $E_c = E_{cmax}$ et $E_L = 0$

à t_1 : $E_c = 0$ et $E_L = E_{Lmax}$

à t_2 : $E_c = E_{cmax}$ et $E_L = 0$

à t_3 : $E_c = 0$ et $E_L = E_{Lmax}$

à t_4 : $E_c = E_{cmax}$ et $E_L = 0$

L'énergie n'est pas dissipée (pas d'effet de joule) donc l'energie totale se conserve.

$E = c^{te}$: échange d'énergie incessant entre la bobine et le condensateur.

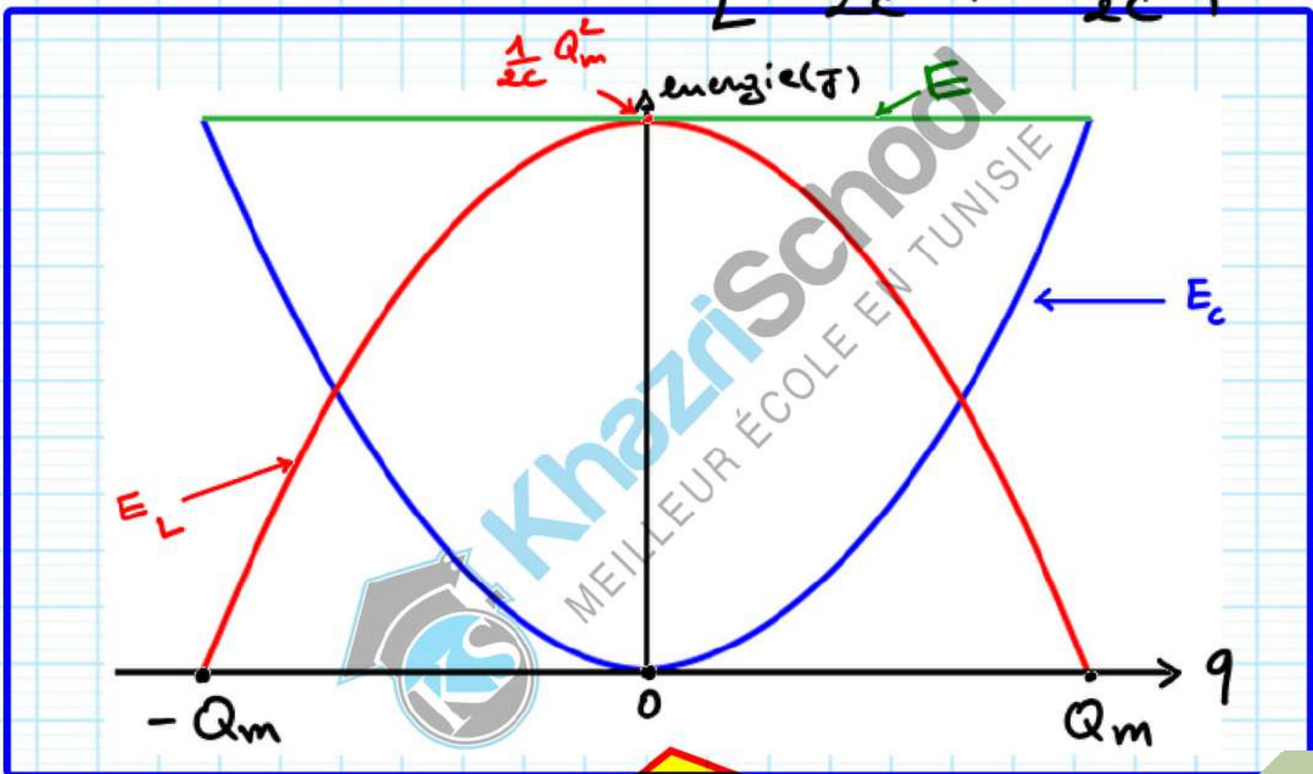
V. Graphique d'energie.

1. Courbe de l'energie en fonction de q.

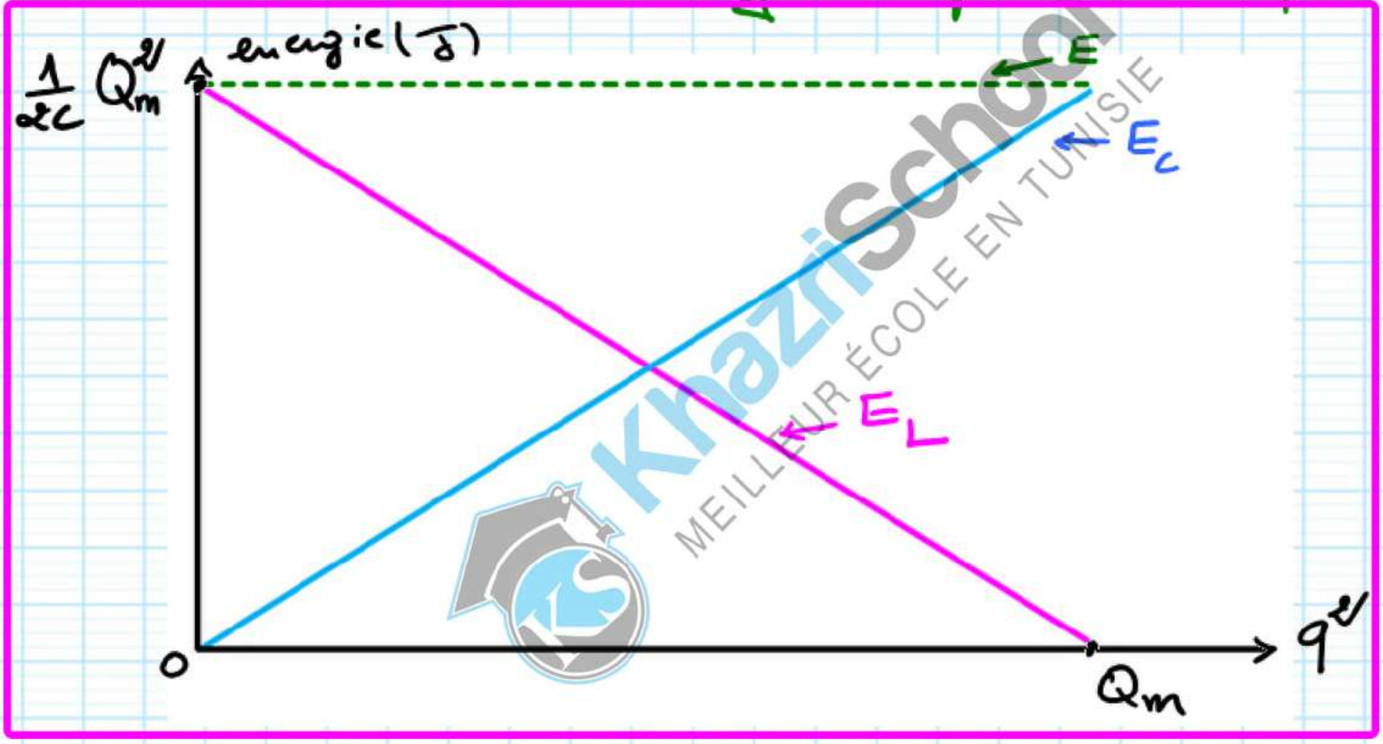
$$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$E = E_C + E_L \Rightarrow E_L = E - E_C$$

$$E_L = \frac{1}{2C}Q_m^2 - \frac{1}{2C}q^2$$



2- Courbe de l'energie en fonction de q^2



$$E_C = \frac{1}{2C}q^2 \quad \text{et} \quad E_L = E - E_C = \frac{Q_m^2}{2C} - \frac{q^2}{2C}$$

$$E_L = -\frac{1}{2C}q^2 + \frac{Q_m^2}{2C}$$

3 - Courbe d'energie en fonction de i et i^2

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2 \quad \text{et} \quad E_c = E - E_L$$

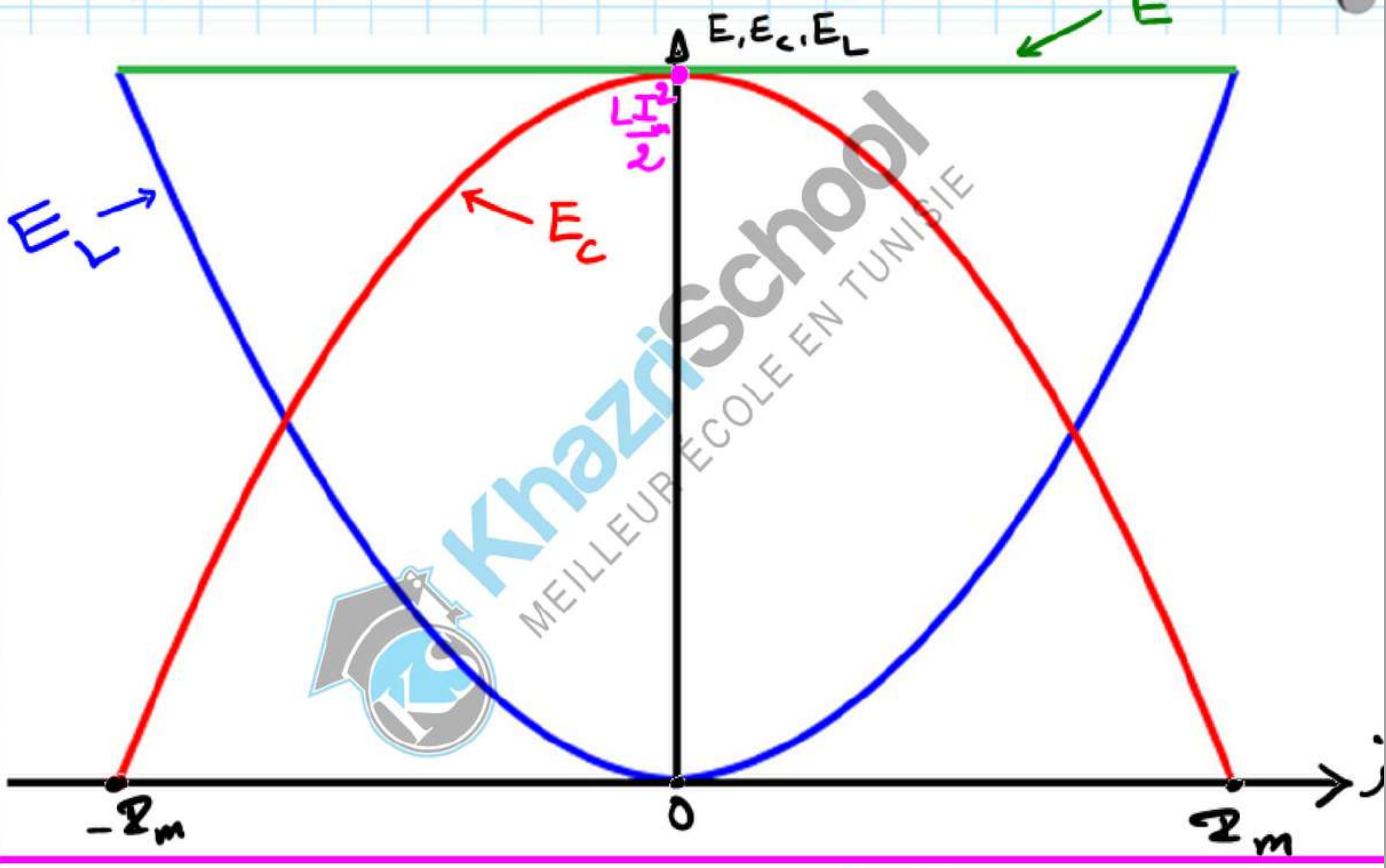
$$= -E_L + E$$

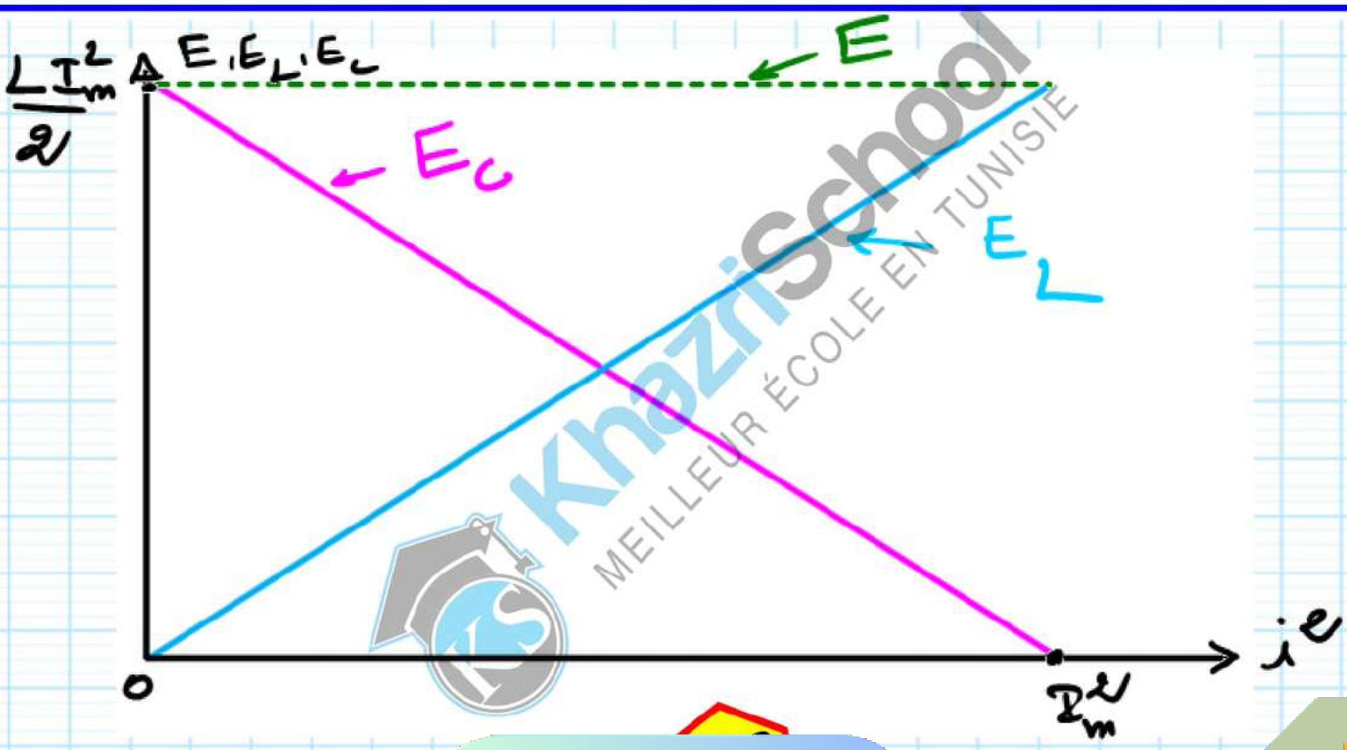
$$= -\frac{L}{2}i^2 + E$$

$$= -\frac{L}{2}i^2 + \frac{L}{2}I_m^2$$

elle est de la forme ai^2+b.

$E_L = \frac{1}{2} L i^2$ et $E_C = -L\frac{i^2}{2} + L\frac{I_m^2}{2}$



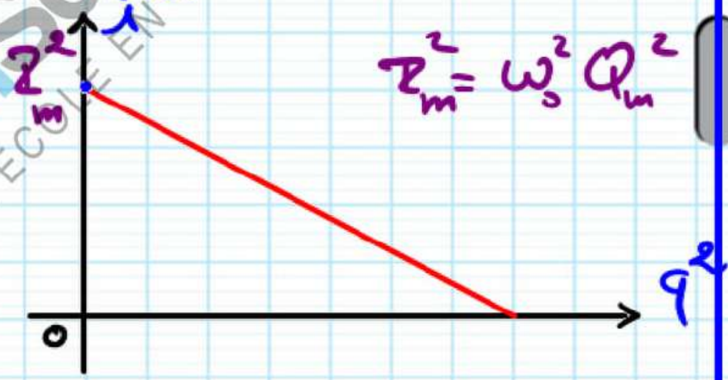


4/ Relation indépendante du temps entre $i(t)$ et $q(t)$.

$$q^2 = -\frac{1}{\omega_0^2} i^2 + Q_m^2$$

de la forme $q^2 = a i^2 + b$

$$i^2 = -\omega_0^2 q^2 + I_m^2$$



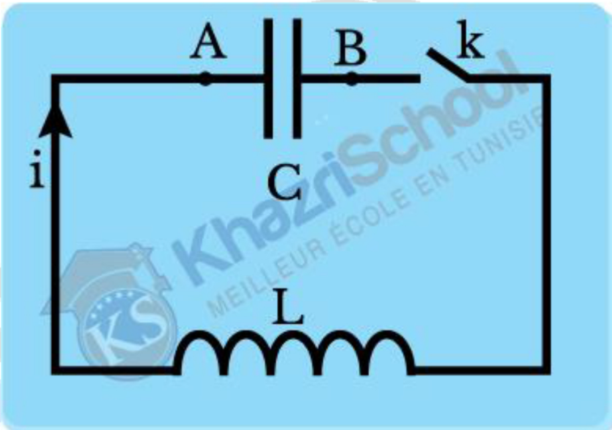
de la forme $i^2 = a q^2 + b$

RLC LIBRE AMORTIE ET NON AMORTIE

EXERCICE 02

Oscillateur idéal

On étudier un oscillateur électrique idéale représenter sur la figure ci-contre.



Il est constitué par :

-Un condensateur de capacité $C = 0.5\ \mu F$

-Une bobine d'inductance $L = 0.5\ H$

La résistance du circuit est négligeable.

On charge le condensateur, la tension à ses bornes vaut :$U_{AB}(t=0)=U_0 = 5\ V$

A la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1) Soit q la charge de l'armature A du condensateur à un instant t quelconque $(t > 0)$. Ecrire l'expression de la tension aux bornes du condensateur en fonction de q et de C. Ecrire l'expression de la tension aux bornes de la bobine en fonction de q, L et t.
2) Déduire de la question 1, l'équation différentielle qui régit les variations de la charge q.
3) L'équation différentielle admet une solution de la forme :
   a) $q = Q_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ ou $q = Q_{max} \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$.
   Que représente les grandeurs Q_{max} et T_0 .
   Déterminer les valeurs numériques correspondantes.
   b) Le symbole φ représente la phase à l'origine. Vérifier que la valeur $\varphi = \frac{\pi}{2}$ Est en accord avec les conditions de l'étude.

Oscillateur réel

On réalise l'étude expérimentale d'un oscillateur électrique constitué d'un condensateur de capacité $C = 0.5\ \mu F$ et une bobine d'inductance $L = 0.5 H$. Soit **R** la résistance totale du circuit.

A l'aide d'une carte d'acquisition reliée à un ordinateur et d'un logiciel de traitement des données, on obtient la figure 1 représentant :

- D'une part la variation de la charge q du condensateur en fonction du temps t : ordonnée **(q)** (axe graduée à gauche) ;
- D'autre part les variations de l'énergie E_{mag} emmagasinée dans la bobine en fonction du temps t : ordonnée (E_{mag}) (axe gradué à droite).

  Dans la suite, on notera E_{el} l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

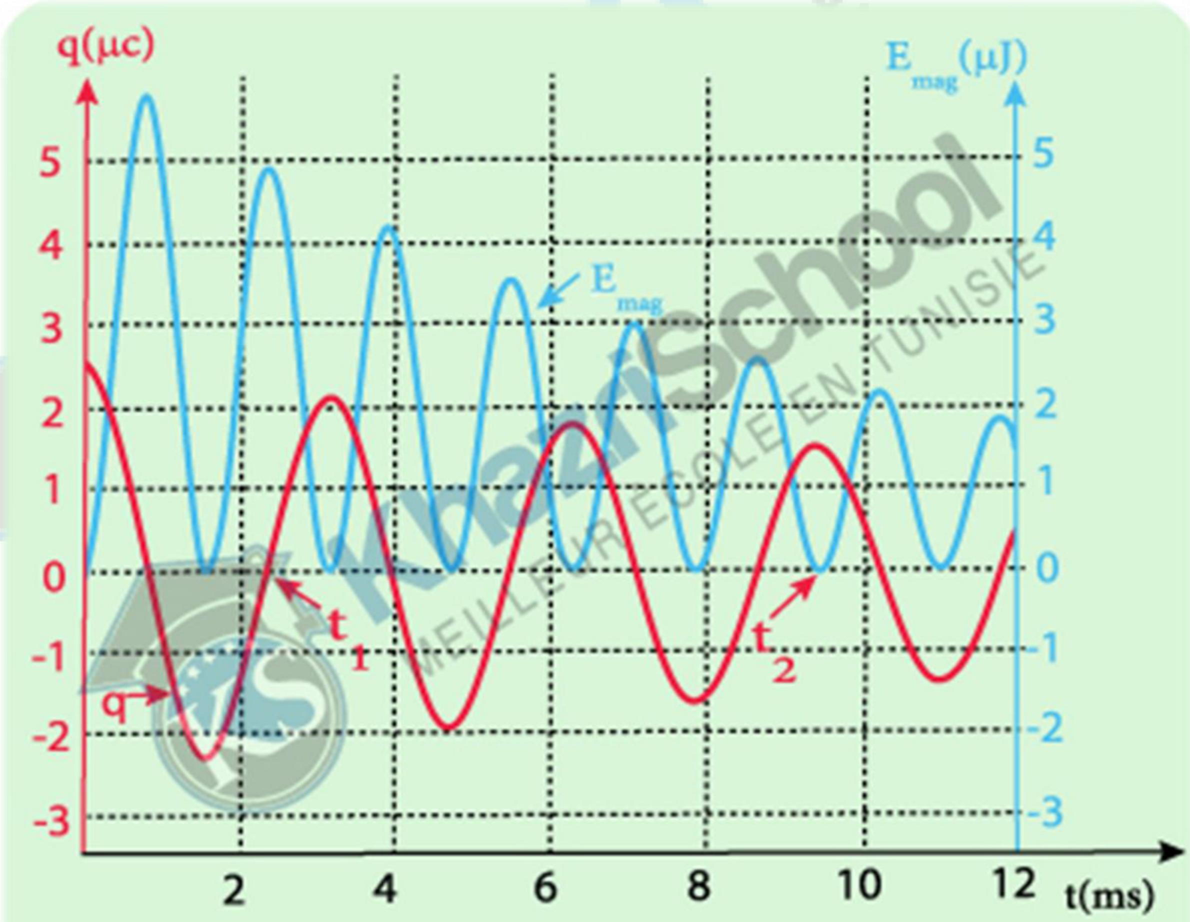


Figure 1

1) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T des oscillations.

2) Déduire de la figure 1 la valeur de la tension aux bornes du condensateur à la date t=0.

3) Pour l'instant $t_1 = 2.4$ ms indiqué sur la figure 1, déterminer graphiquement) ;

- ✓ La valeur de l'énergie E_{1mag} emmagasinée dans la bobine à l'instant t_1.
- ✓ La valeur de l'énergie E_{1el} emmagasinée dans le condensateur à l'instant t_1.
- ✓ La valeur de l'énergie totale E_1 du circuit à l'instant t_1.

4) Pour l'instant $t_2 = 9.5$ ms indiqué sur la figure 1, déterminer (graphiquement) :

- ✓ La valeur de l'énergie E_{2mag} emmagasinée dans la bobine à l'instant t_2 ;
- ✓ La valeur de l'énergie E_{2el} emmagasinée dans le condensateur à l'instant t_2 ;
- ✓ La valeur de l'énergie totale E_2 du circuit à l'instant t_2.

5) Justifier graphiquement la conservation et la non conservation de l'énergie totale du circuit. Quel phénomène physique explique ces résultats ?

6) On admettra la relation $\frac{E_2}{E_1} = e^{-\frac{R(t_2-t_1)}{L}}$ (relation valable pour les amortissement faibles)
Déterminer une valeur approchée de la résistance R du circuit.

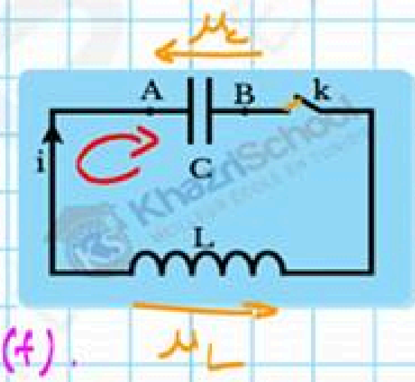
Correction

1) - La tension aux bornes du Condensateur est : $\boxed{u_C = \frac{q}{C}}$

- La tension aux bornes de la bobine est : $\boxed{u_L = L\frac{di}{dt}}$

or $i = \frac{dq}{dt}$ $\Rightarrow$ $\boxed{u_L = L\frac{d^2q}{dt^2}}$

2) On applique la loi des mailles :



$u_C + u_L = 0$

$\Rightarrow \boxed{\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0}$ éqt° diff en $q(t)$.

3)

a) Q_{max} : représente la charge maximale portée par une armature du condensateur.

T_0 : représente la période propre des oscillations.

à $t=0$, $u_C = u_{AB} = 5V \Rightarrow Q_{max} = C \times U_{AB}$

$= 0,5\times10^{-6}\times5 = 2,5\times10^{-6}\,C$

$\Rightarrow \boxed{Q_{max} = 2,5\,\mu C}$

× cherche T_0 ? On sait que $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

$\Rightarrow T_0 = 2\times3,14\sqrt{0,5\times0,5\times10^{-6}} = 3,14\times10^{-3}\,s$

b) $\varphi = \pi/2$?? $\quad q(t) = Q_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ ← phase initiale (à t = 0)

$$q(t=0) = Q_{max} \sin(\omega_0 \times 0 + \varphi) = Q_{max}$$

$$= \cancel{Q_{max}} \underbrace{\sin(\varphi)}_{=1} = \cancel{Q_{max}}$$

$$\Rightarrow \sin\varphi = 1 \Rightarrow \boxed{\varphi = \pi/2 \text{ rad}}$$

Oscillateur réel (RLC libre amortie)

1) $T = 3,15\ ms$ déterminer à partir le graphe

2) $u_C = u_{AB} = \dfrac{q}{C} = \dfrac{2,5 \times \cancel{10^{-6}}}{0,5 \times \cancel{10^{-6}}} = 5\ V$

$$\Rightarrow \boxed{u_C = 5\ V}$$

Donc On retrouve bien la valeur de l'énoncé $U_{AB}(t=0) = 5V$

3) à $t_1 = 2,4ms$ $\begin{cases} E_{1el} = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} = 0 & (\text{car à } t = t_1 \text{ on a } q = 0 \Rightarrow u_C = 0 \Rightarrow E_{1el} = 0) \\ E_{1mag} = 4,9\ \mu J \end{cases}$

$$\boxed{E_1 = E_{1el} + E_{1mag} = 0 + 4,9\ \mu J = 4,9\ \mu J}$$

Donc l'energie totale est $\boxed{E_1 = 4{,}9\ \mu J}$

4°) a $t = t_2$ on a : $\boxed{E_{2mag} = 0\ \mu J}$ (voir figure 1)

a $t = t_2$ la charge $q = 1{,}5\ \mu C \Rightarrow u_C = \frac{q}{C} = \frac{1{,}5 \times 10^{-6}}{0{,}5 \times 10^{-6}} = 3\ V$

Or $E_{2el} = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times 10^{-6} \times 3^2 = 2{,}25 \times 10^{-6}\ J$

$$\boxed{E_{2el} = 2{,}25\ \mu J}$$

$\Rightarrow E_2 = E_{2el} + E_{2mag} = 2{,}25\ \mu J + 0 = 2{,}25\ \mu J$

$$\Rightarrow \boxed{E_2 = 2{,}25\ \mu J}$$

5°) L'energie magnétique décroit au cours du temps, il y a donc non conservation de l'energie dans le circuit. Cela est dû à la résistance R du circuit qui dissipe de l'energie par effet Joule.

6)

On a $\frac{E_2}{E_1} = e^{-\frac{R(t_2-t_1)}{L}}$

Rq $f(x) = e^x$

$\ln f(x) = \ln e^x$
$= x$

$\Rightarrow \ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = \ln e^{-\frac{R(t_2-t_1)}{L}}$

$= -\frac{R}{L}(t_2 - t_1)$

$\Rightarrow R = -\frac{L\ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right)}{(t_2-t_1)} = \frac{L\ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right)}{(t_1-t_2)}$

$R = \frac{0{,}5\ln\left(\frac{22{,}5}{41{,}9}\right)}{(2{,}4\times10^{-3} - 9{,}5\times10^{-3})} = 54{,}8\ \Omega$

$$\boxed{R = 54{,}8\ \Omega}$$

PHYSIQUE BAC 2020

facebook : khazrischool

KS khazriscool

EXOS résolus

RÉSUMÉ

RLC FORCÉ

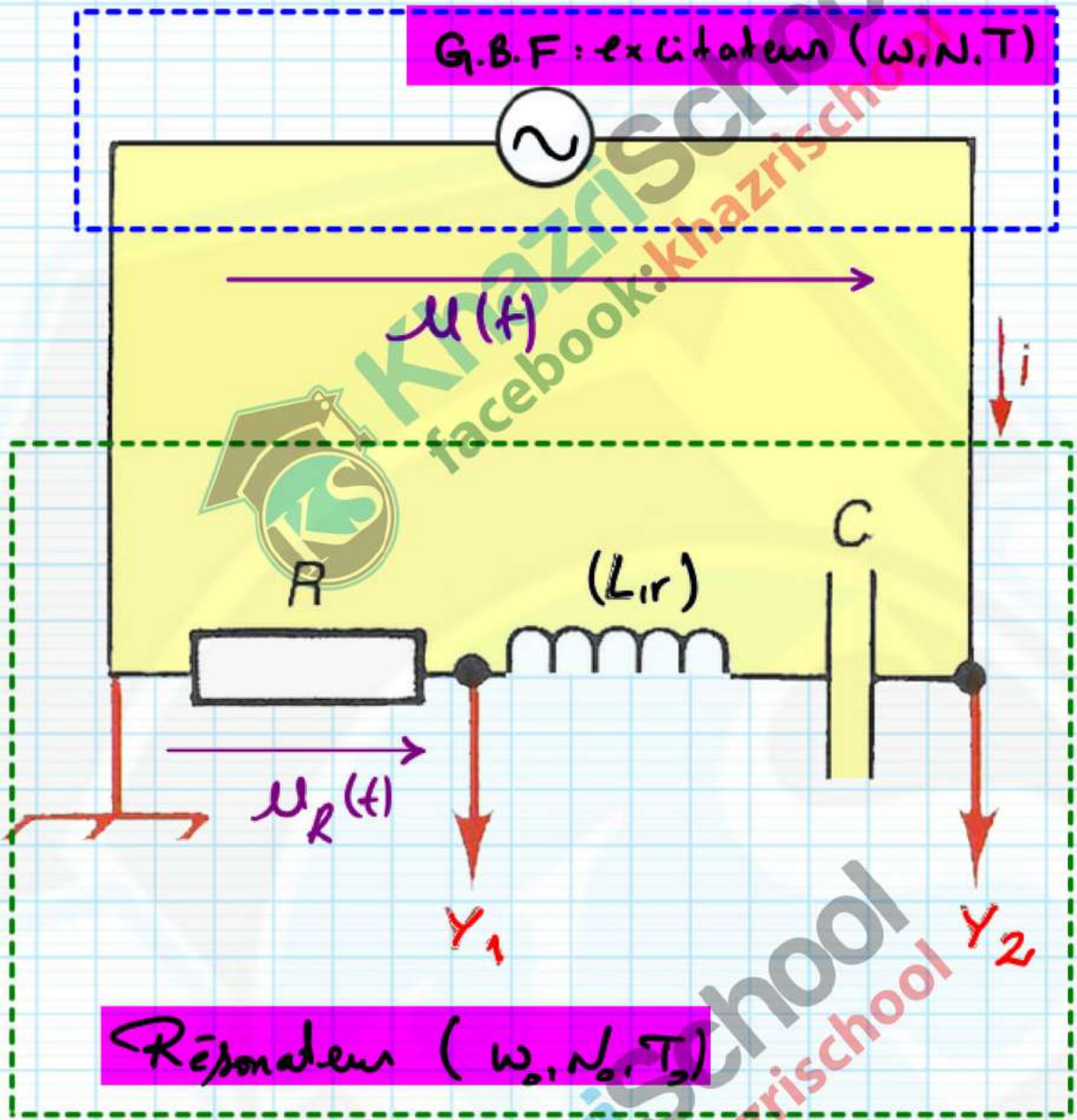
Résumé de cours et conseils de méthode

cours en ligne gratuit sur youtube

Réussite le Bac avec khazrischool

RLC Forcée

2- Production d'oscillation Forcée.



- $u_R(t)$ est alternatif sinusoïdale comme $u(t)$.
- $u_R(t) = R\,i(t)$ est alternatif sinusoïdale.
- $u_R(t)$ donc $i(t)$ varie avec la fréquence N.

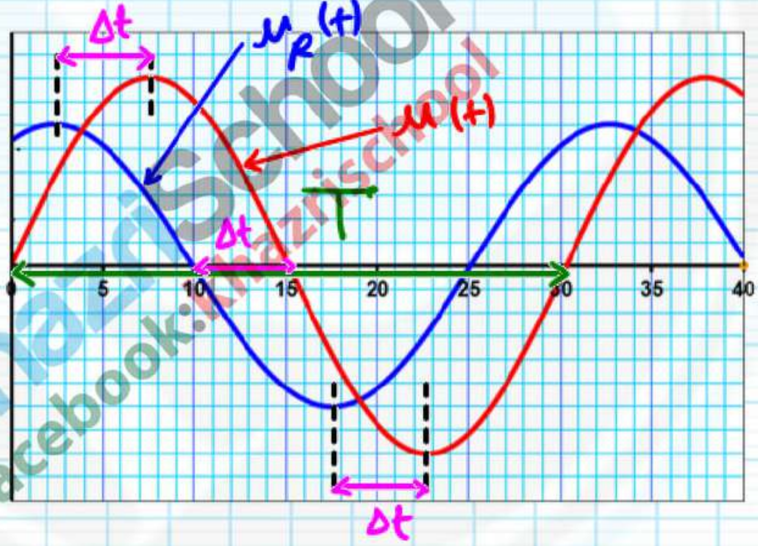
⇒ Oscillation de $i(t)$ sont des oscillations forcées. c-à-d des Oscillations imposées par le GBF et appelé excitateur.
L'Oscillateur RLC série et appelé résonateur.

II _ Déphasage

$$\boxed{|\Delta\varphi| = \omega\,\Delta t = \frac{2\pi}{T}\,\Delta t = 2\pi N\,\Delta t}$$

$|\Delta\varphi|$: rad ; ω : rad.s⁻¹ ; Δt : s ; T : s ; Δt : s ; N : Hz ; Δt : s

$T \longrightarrow$ 6 Carreaux
$\Delta t \longrightarrow$ 1 Carreau



Regle de trois

$T \times 1 = \Delta t \times 6$

$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t = \frac{2\pi}{\cancel{T}} \times \frac{\cancel{T}}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ rad

$u_R(t)$ en avance ... à $u(t)$

Ce qui signifie $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$

Par suite on a $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{3}\ rad$

Remarque.

* $u(t)$ est toujours en avance de phase par rapport à $u_c(t)$

Démonstration:

$-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$ or $\varphi_i = \varphi_{u_c} + \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - (\varphi_{u_c} + \frac{\pi}{2}) < \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_{u_c} - \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2}$

$0 < \varphi_u - \varphi_{u_c} < \pi$

$\Rightarrow \varphi_u - \varphi_{u_c} > 0$ par suite $\varphi_u > \varphi_{u_c}$

* $u_L(t)$ toujours en avance de phase par rapport à $u(t)$.

• Démonstration:

$-\pi/2 < \varphi_u - \varphi_i < \pi/2$

Or $\varphi_{u_L} = \varphi_i + \pi/2$

$-\pi/2 < \varphi_u - (\varphi_{u_L} - \pi/2) < \pi/2$

$-\pi/2 < \varphi_u - \varphi_{u_L} + \pi/2 < \pi/2$

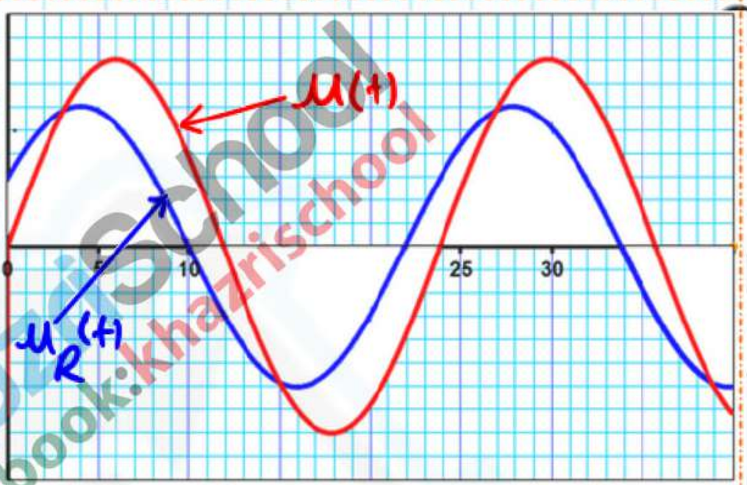
$-\pi < \varphi_u - \varphi_{u_L} < 0$

Donc $\varphi_u - \varphi_{u_L} < 0$ signifie $\varphi_u < \varphi_{u_L}$

II – Résonance d'intensité.

Si $N < N_0$: $u_R(t)$ en avance de phase sur $u(t)$.

or $u_R(t)$ et $i(t)$ sont en phase.



$\Rightarrow$ $i(t)$ est en avance de phase sur $u(t)$

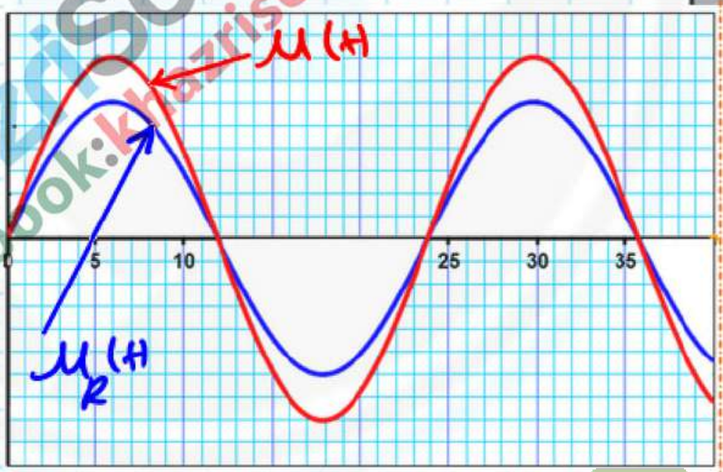
$$\varphi_u - \varphi_i < 0 \Rightarrow \boxed{\varphi_u < \varphi_i}$$

- Si $N = N_0$: $u(t)$ et $u_R(t)$ sont en phase.

$\Rightarrow$ $u(t)$ et $i(t)$ sont en phase.

$$\varphi_u - \varphi_i = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi_u = \varphi_i}$$

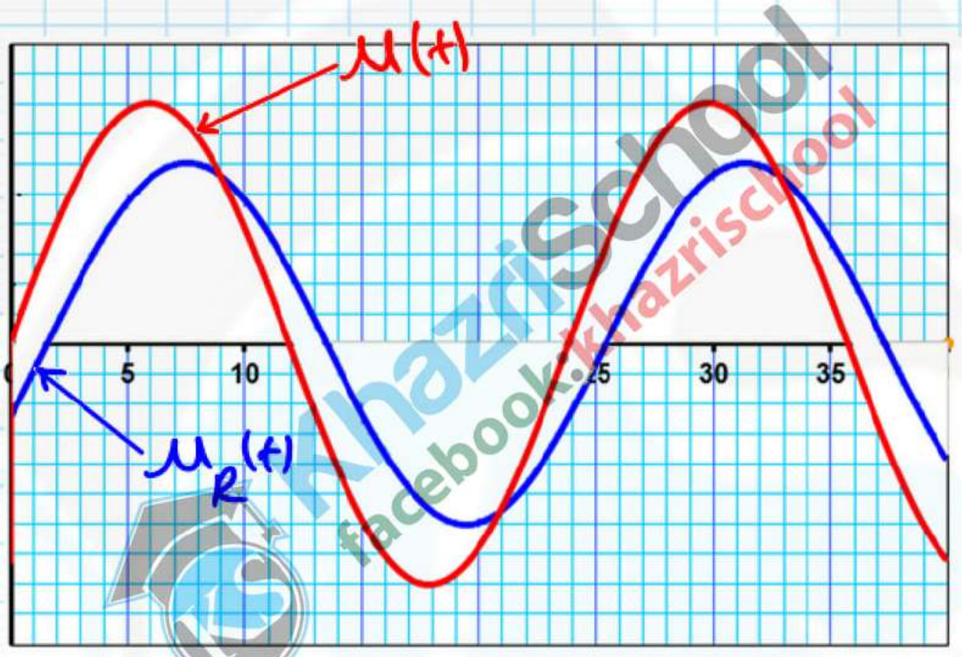
Résonance d'intensité.



si $N > N_0$: $u(t)$ en avance de phase par rapport à $u_R(t)$

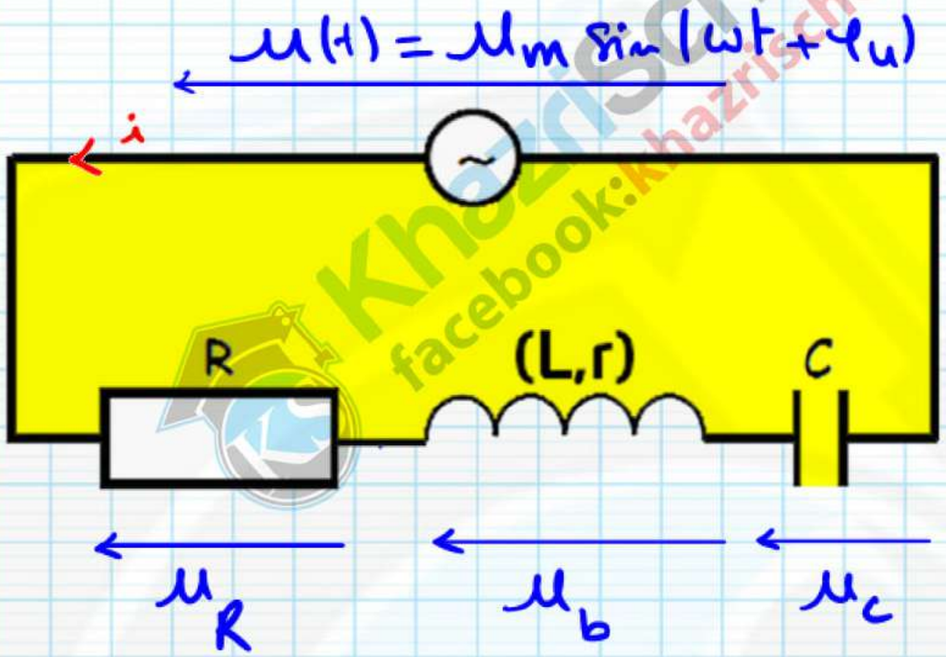
$\Rightarrow$ $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $i(t)$.

$\varphi_u - \varphi_i > 0 \Rightarrow \varphi_u > \varphi_i$



III _ Etude théorique.

1_ Equation différentielle en $i(t)$.



Loi des mailles :

$$u_b + u_C + u_R - u = 0$$

$$u_R + u_b + u_C = u$$

$q(t) = \int i(t)dt$

$$Ri - e + ri + \frac{q}{C} = u$$

$$(R+r)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{1}{C}\int i\,dt = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

Cette équation différentielle à pour solution $\boxed{i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)}$

2/ Expression de l'intensité maximale I_m.

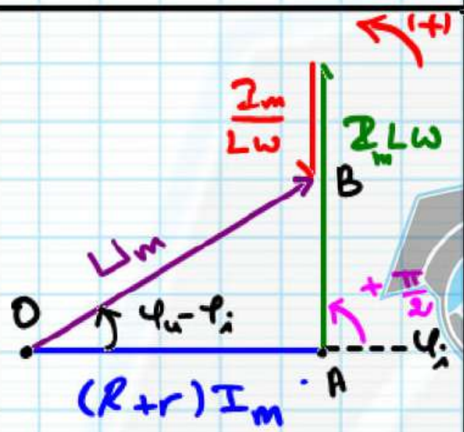
- utilisation la Construction de fresnel pour déterminer l'expression I_m.

Grandeur scalaire	vecteur fresnel.
$(R+r)i = (R+r)\,I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$	$\vec{V_1}\,((R+r)I_m\,;\,\varphi_i)$
$L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$	$\vec{V_2}\,(L\omega I_m\,;\,\varphi_i + \frac{\pi}{2})$
$\frac{1}{C}\int i\,dt = \frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$	$\vec{V_3}\,(\frac{I_m}{C\omega}\,;\,\varphi_i - \frac{\pi}{2})$
$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$	$\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3}\ (U_m\,;\,\varphi_u)$

Circuit inductif

$L\omega I_m > \frac{I_m}{C\omega}$

$\omega > \omega_0 \Rightarrow N > N_0$



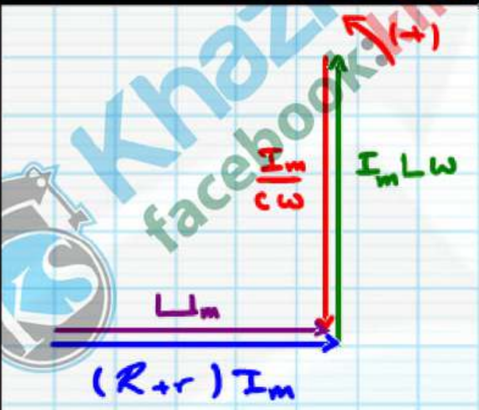
$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i > 0$

$\varphi_u > \varphi_i$

Circuit résistif.

$I_m L\omega = \frac{I_m}{C\omega}$

$\omega = \omega_0 \Rightarrow N = N_0$



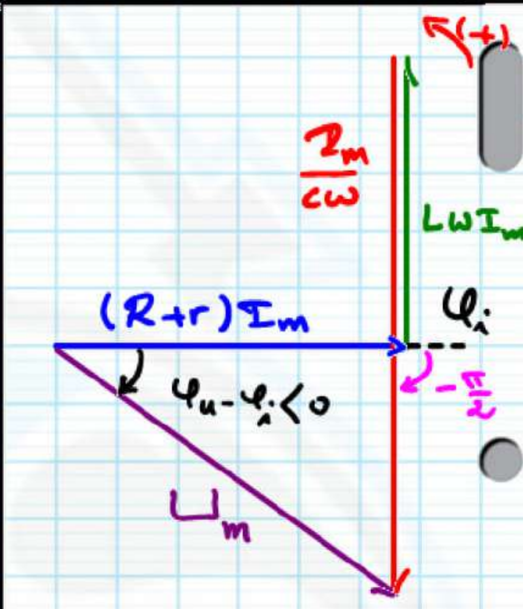
$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$

$\varphi_u = \varphi_i$

Circuit capacitif

$L\omega I_m < \frac{I_m}{C\omega}$

$\omega < \omega_0 \Rightarrow N < N_0$



$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$

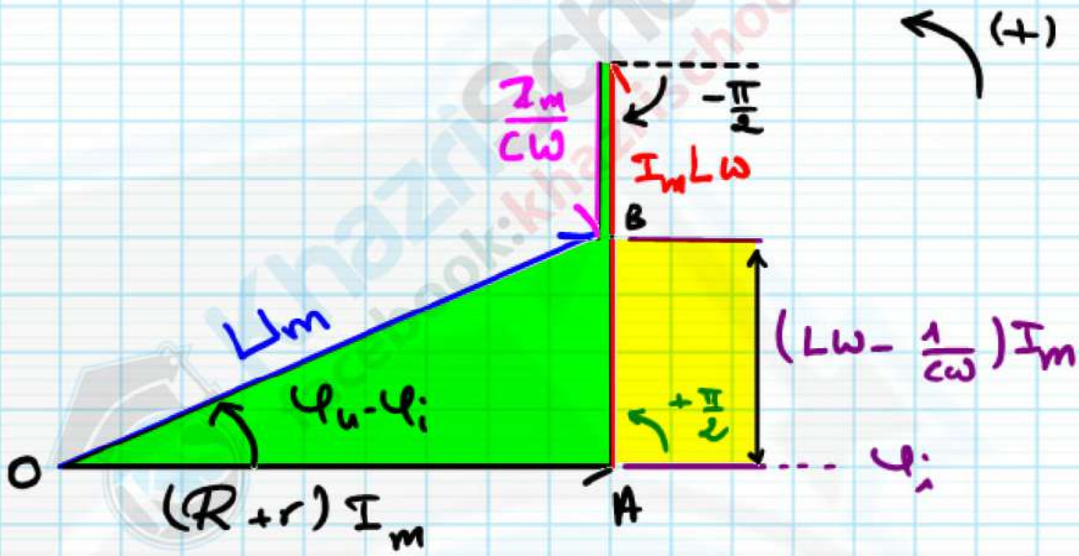
$\varphi_u < \varphi_i$

Dans le triangle OAB :

$$U_m^2 = [(R+r)I_m]^2 + \left[\left(L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}\right)\right]^2$$

$$U_m^2 = I_m^2\left[(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$



8) Résonance d'intensité.

I_m est maximale si le radical $\left[(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]$ est minimal. $\Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

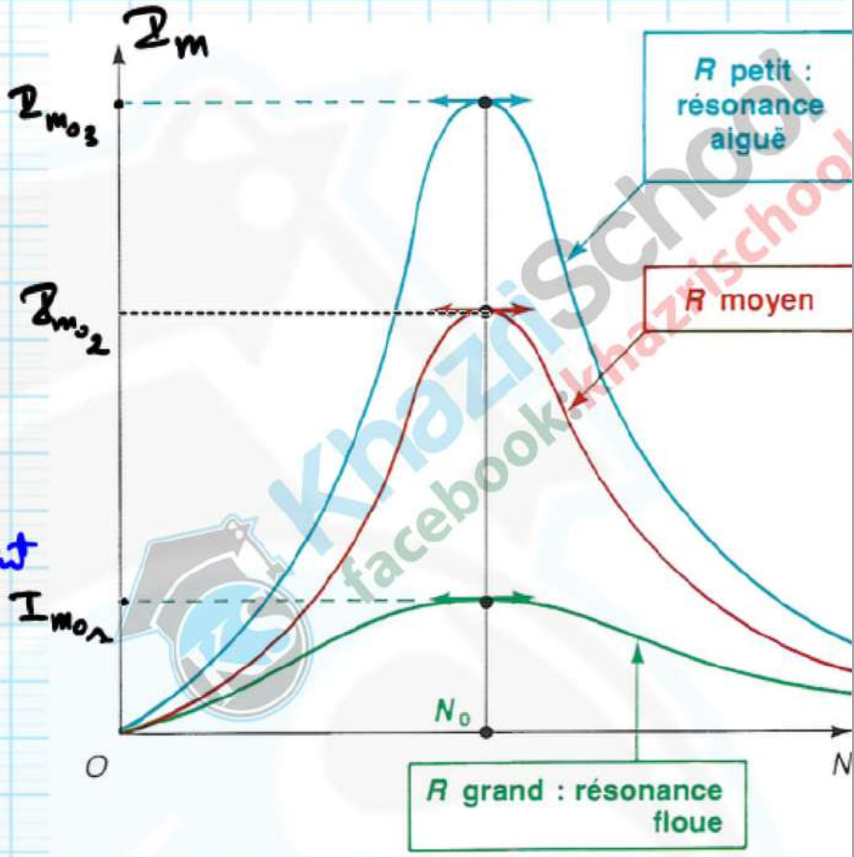
$\Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$

$\Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2$

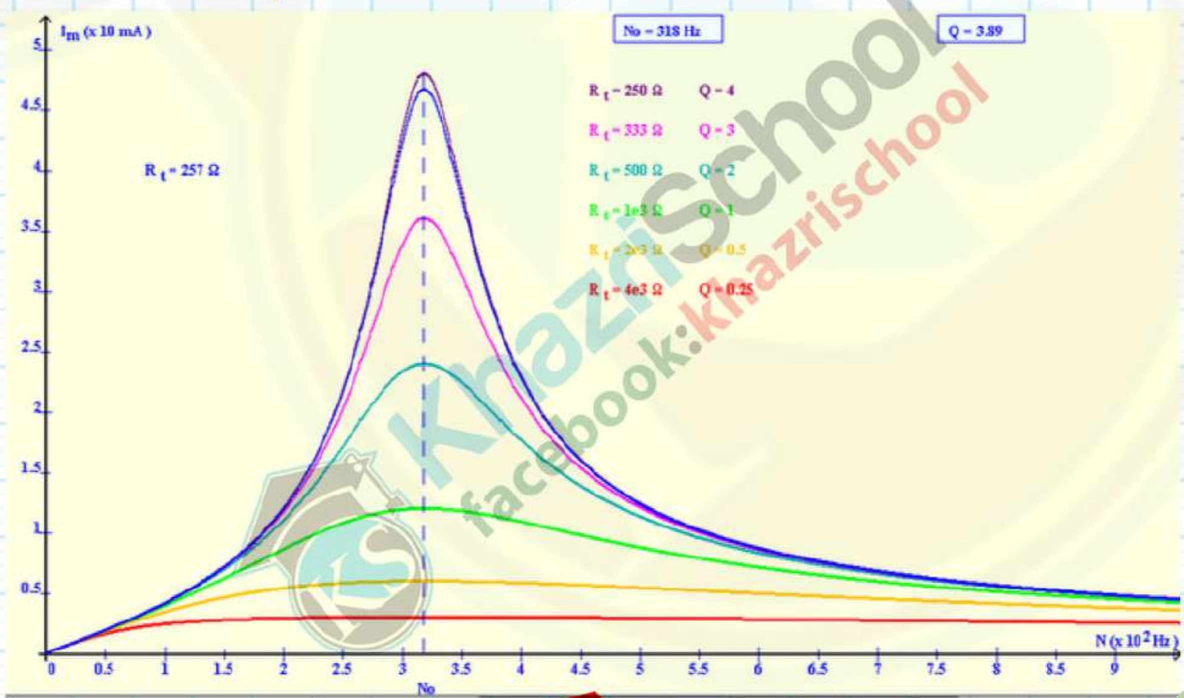
$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $I_m(\omega_r = \omega_0)$ est maximale : c'est la résonance d'intensité

4) Influence de la résistance totale du Circuit sur la résonance.

La résonance d'intensité du Courant d'un oscillateur RLC série est d'autant plus aiguë que l'amortissement est faible.



× Autre exemple.



5°/ Impédance d'une portion de circuit Z.

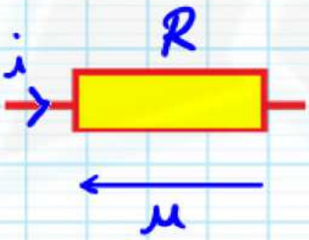
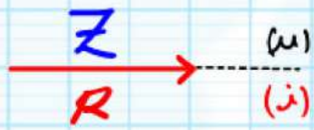
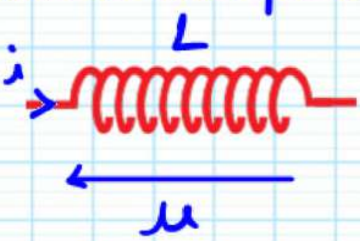
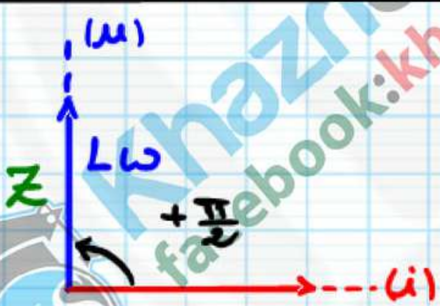
Cette grandeur est définie par le quotient :

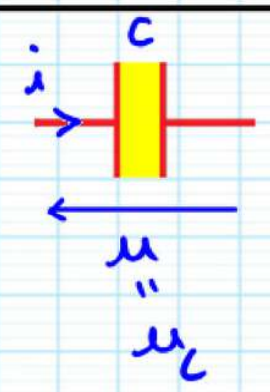
$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{ou} \quad Z = \frac{U}{I}$$

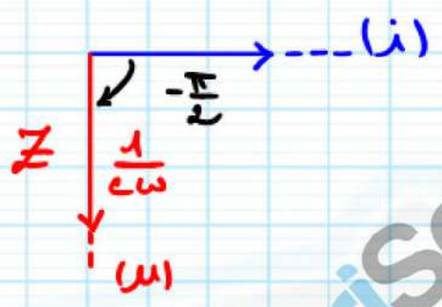
- U : tension efficace (V)
- Z : impédance (Ω)
- I : intensité efficace (A)

$$\boxed{U = Z\,I}$$

Rq : $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$; $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

		$Z = R$ u et i en phase.
inductance pure. 		$Z = L\omega$ u est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur i.

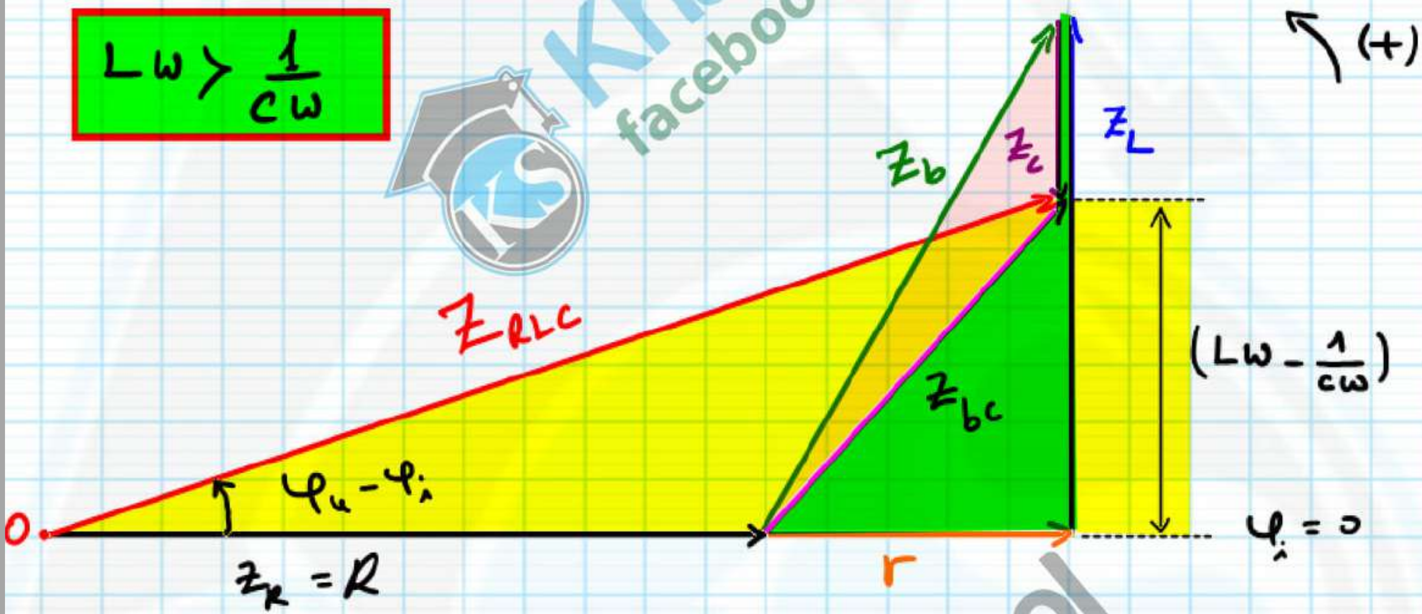




$Z = \frac{1}{C\omega}$

u en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur i

$\boxed{L\omega > \frac{1}{C\omega}}$

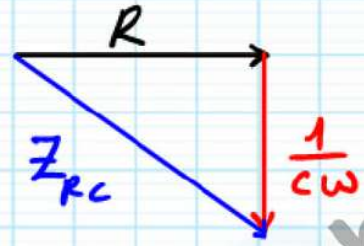


$$\boxed{Z_{bC} = \sqrt{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$\boxed{Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}}$$

$$\boxed{Z_{RLC} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega + \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

Z_{RC} ??



$$\boxed{Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

6/ Déphasage $\varphi_u - \varphi_i$ entre u et i

$$tg(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}}{(R+r)\, I_m} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$$

$$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{(R+r)\, I_m}{U_m} = \frac{(R+r)\, I_m}{Z\, I_m} = \frac{R+r}{Z}$$

A la résonance d'intensité $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$$tg(\varphi_u - \varphi_i) = 0 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = 0$$

$$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R+r}{Z_{min}} = \frac{R+r}{R+r} = 1 \Leftrightarrow \varphi_u - \varphi_i = 0$$

7) Facteur de qualité ou facteur de surtension Q.

$$Q = \frac{U_{cm}(\omega_0)}{U_m} = \frac{U_c(\omega_0)}{U} = \frac{Z_c(\omega_0)\cancel{I_m(\omega_0)}}{Z(\omega_0)\cancel{I_m(\omega_0)}}$$

$$Q = \frac{Z_c(\omega_0)}{Z(\omega_0)} = \frac{1}{C\omega_0} \times \frac{1}{R+r}$$

$LC\omega_0^2 = 1$

$C\omega_0 = \frac{1}{L\omega_0}$

$\frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0$

$$Q = \frac{1}{(R+r)C\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R+r} = \frac{L}{R+r} \times \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{R+r}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\boxed{Q = \frac{1}{R+r}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

$Q > 1 \Rightarrow \frac{U_c}{U} > 1 \Leftrightarrow U_c > U$: phénomène de surtension.

($Q < 1$: pas de phénomène de surtension)

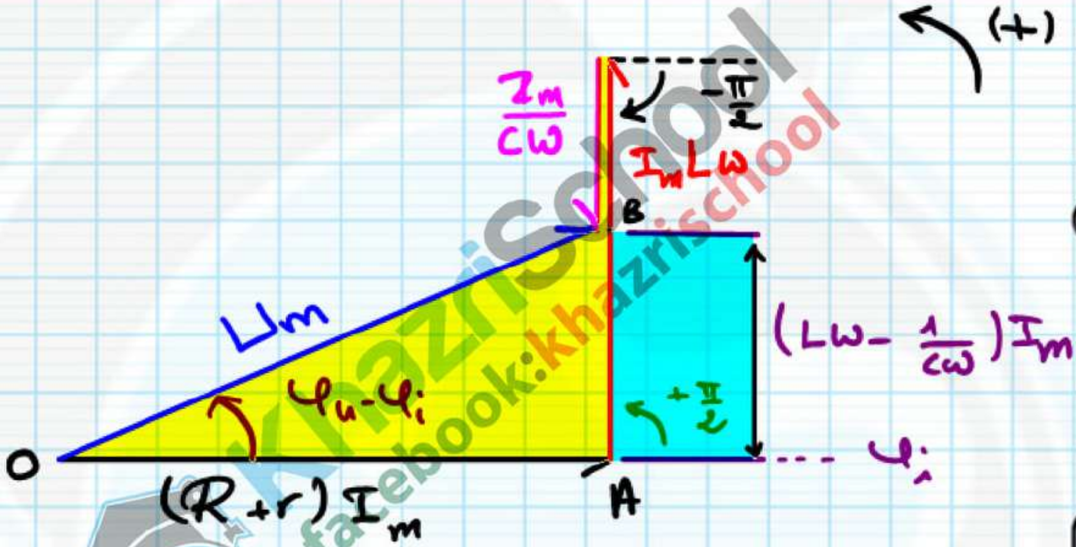
si $Q >>> 1$ càd $L\omega_0 >>> R+r$: Le phénomène de surtension est dangereux : claquage de condensateur

IV/ Puissance moyenne.

$$P = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos(\varphi_u - \varphi_i) = U.I \underbrace{\cos(\varphi_u - \varphi_i)}_{\text{facteur de Puissance}}$$

$$P = Z\,I.I\,\frac{(R+r)}{Z} = (R+r)I^2 = \frac{1}{2}(R+r)I_m^2$$

Watt (W)



$$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{(R+r)I_m}{U_m} = \frac{(R+r)I_m}{Z\,I_m} = \frac{R+r}{Z}$$

⇒ A la résonance d'intensité, Correspond une résonance de puissance.


تابعونا على قناه يوتوب KHAZRISCHOOL فيها الدروس تاع الباك الكل
rlc forcé khazrischool
HOME
VIDEOS
PLAYLISTS
COMMUNITY
CHANNELS
ABOUT
vitesse d'une reaction chimique
CIRCUIT RL : Equation Differentielle (01)
Exercice corrigé (01) :CIRCUIT RC
welcome in khazrischool
Détermination Graphique de la Constante de temps...
Solution De L'équation Différentielle décharge (02) ...
Solution de L'équation Différentielle cas de la...
CIRCUIT RC Equation Differentielle bac tunis 2019
CONSTANTE DE TEMPS TAUX : CIRCUIT RC
Limite - Continuité (02)
CIRCUIT RC : ETUDE
limite continuité
CIRCUIT RC(02)
CIRCUIT RC(01)
le condensateur
Circuit RLC forcé impédance Z
Exercice Corrigé Bac : Circuit RLC Forcé
RLC forcé : résonance d'intensité
construction de fresnel circuit résistif RLC forcé
RLC Forcé : circuit capacitif construction de fresnel
RLC forcé: construction de Fresnel : circuit inductif
circuit rlc forcé : Principe de Construction de Fresnel
RLC forcé Equation Différentielle
RLC forcé :calcule du déphasage
Transfert mutuelle d'énergie RLC libre non amortie
دروس وشروحات مجانية بالصوت والصورة
حصص مباشرة كل أسبوع مع تحميل الفيديوهات
إنجاز تمارين لجميع المواد بصفة مجانية
حصص مسجلة على قناة اليوتوب
تلخيص لكافة الدروس
حصص أشغال تطبيقية وتنشيطية
+216 21923415
Khazrischool@gmail.com
khazri school
27.4K subscribers
SUBSCRIBED
موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM