Similitude 4ème Mathématiques

Exercice 1

Soit OAB un triangle rectangle isocèle en O et tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Soit C le milieu du segment $[AB]$ et soit M un point de la droite $(AB)\setminus\{A\}$ tel que

$\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AO}$ et le point N définie par $\overrightarrow{BN} = -\alpha\overrightarrow{BO}$ où α est un réel non nul.

1) **a)** Montrer qu'il existe un unique déplacement R tel que $R(A) = B$ et $R(M) = N$.

b) Montrer que R est une rotation dont on déterminera l'angle.

c) Soit Ω le centre de R, montrer que $OA\Omega B$ est un carré.

2) Soit S la similitude directe de centre Ω et tel que $S(O) = B$.

a) Déterminer le rapport et l'angle de S.

b) Soit E le milieu du segment $[\Omega B]$ montrer que $S(C) = E$.

3) **a)** Soit I le milieu du segment $[MN]$, montrer que $S(M) = I$.

b) Déterminer alors l'ensemble des points I lorsque le point M décrit la droite $(OA)\setminus\{A\}$.

4) Soit φ la similitude indirecte qui transforme A en C et O en B et soit F le milieu du segment $[OB]$.

a) Déterminer le rapport de φ.

b) Caractériser l'application $\varphi \circ S^{-1}$.

c) En déduire que $\varphi(C) = F$.

5) **a)** Montrer que φ admet un unique point invariant Ω'.

b) Déterminer et construire Ω'.

c) Déterminer l'axe Δ de φ.

Exercice 2

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

On désigne par O le milieu de $[BC]$ et par D le symétrique de A par rapport à O.

Soient I et J les projetés orthogonaux respectifs de O et D sur (AC).

1) Soit f la similitude directe qui transforme O en I et D en .

a) Déterminer le rapport et l'angle de f.

b) Montrer que A est le centre de f.

2) On désigne par E le symétrique du point O par rapport au point I.

Montrer que $f(B) = O$ et que $f(C) = E$.

3) Soit g la similitude indirecte telle qui transforme B en O et C en E

Déterminer le rapport de g et montrer que $g(O) = I$

4) a) Montrer que $g = S_{(OE)}\ o\ f$

b) Montrer que $g(D) = A$ et que $g(A) = J$.

5) Soit Ω le centre de g.

a) Montrer que $(g\ o\ g)(D) = J$ et en déduire que Ω appartient à la droite (DJ).

b) Montrer que Ω appartient à la droite (BI)

c) Construire le point Ω et son axe Δ.