Définitions

■ Soit I une partie non vide de IN et soit n_0 le premier élément de I

On appelle suite réelle toute application U définie de I vers IR: $U: I \to IR : n \to U_n$

■ ↣ Les réels $U_1; U_2; U_3; \ldots\ldots\ldots\ldots U_n; U_{n+1}; \ldots\ldots$ sont appelées les termes de la suite

↣ Le réel U_{n_0} est appelé le premier terme de la suite U

↣ Le réel U_n est appelé le terme général de la suite U

Forme explicité d'une suite :

On définie une suite par la donner de son terme général U_n .

Exemple : soit la suite U définie sur IN par $U_n = n^2 + n + 1$.

Relation de récurrence d'une suite :

Une suite est aussi définie par une relation entre deux termes consécutifs U_n et U_{n+1}

Ou U_{n+2} et U_{n+1} etc. ..... et on donnant le premier terme U_{n_0}

Exemple : soit $(U_n)_{n\in IN^*}$ définie par $\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 2} \\ U_1 = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

Lyceena academy

Résumé de cours

M.Ahmed Soumri

Mathématique

Suites réelles

موقع مراجعة باكالوريا
BAC.MOURAJAA.COM
bac Math

Suites arithmétiques -Suites géométriques

	Suites arithmétiques	Suites géométriques
Définition	Soit r un réel. (U_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme U_{n_0} $\Leftrightarrow U_{n+1} - U_n = r$	Soit q un réel. (U_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme U_{n_0} $\Leftrightarrow U_{n+1} = q \times U_n$
Négatio	(U_n) n'est pas arithmétique si : $U_2 - U_1 \neq U_1 - U_0$	(U_n) n'est pas géométrique si : $U_2 \times U_0 \neq (U_1)^2$
TG	➢ $U_n = U_0 + nr$ ➢ $U_n = U_p + (n-p)r$	➢ $U_n = U_0 \times q^n$ ➢ $U_n = U_p \times q^{(n-p)}$
Somme de n termes	$S = n \times (a+b)/2$ avec : n : nombre de termes a : le premier terme de la somme b : le dernier terme $S_n = \sum_{k=p}^{k=n} U_k = (n+1-p)\frac{U_p + U_n}{2}$ Avec U_k est une suite arithmétique.	$S = a \times \frac{1-q^n}{1-q}$ a : le premier terme de la somme q : le raison de la suite n : le nombre de terme de la somme $S_n = \sum_{k=p}^{k=n} U_k = U_p \times \frac{1-q^{(n+1-p)}}{1-q}$ Avec U_k est une suite géométrique
Limite	$\lim_{n\to+\infty} U_n = \begin{cases} +\infty & \text{si } r > 0 \\ -\infty & \text{si } r < 0 \\ U_0 & \text{si } r = 0 \end{cases}$	$\lim_{n\to+\infty} U_n = \begin{cases} +\infty & \text{si } q > 1 \text{ et } U_0 > 0 \\ -\infty & \text{si } q > 1 \text{ et } U_0 < 0 \\ 0 & \text{si } -1 < q < 1 \\ \emptyset & \text{si } q \leq -1 \end{cases}$

Suites bornées

Soit (U_n) une suite réelle avec $n \in I$. M et m sont deux réelles

On dit que (U_n) est majoré par M $\Leftrightarrow$ $U_n \leq M$; pour toute n de I

On dit que (U_n) est minorée par m $\Leftrightarrow$ $U_n \geq m$; pour toute n de I

On dit que (U_n) est bornée $\Leftrightarrow$ (U_n) est majorée et minorée

Suites bornées

Théorème

Soit (U_n) une suite réelle avec $n \in I \subset IN$

- (U_n) une suite croissante $\Leftrightarrow$ $U_{n+1} - U_n \geq 0$
- (U_n) une suite décroissante $\Leftrightarrow$ $U_{n+1} - U_n \leq 0$
- (U_n) une suite constante $\Leftrightarrow$ $U_{n+1} = U_n$

Remarques

(U_n) une suite strictement croissante $\Leftrightarrow$ $U_{n+1} - U_n > 0$

(U_n) une suite strictement décroissante $\Leftrightarrow$ $U_{n+1} - U_n < 0$

Une suite est dite monotone si elle est croissante ou décroissante

$U_k \leq U_{k+1}$ et $U_{k+1} \geq U_{k+2} \Rightarrow (U_n)$ N'est pas monotone

Convergence des suites monotones

Théorème de convergence

- Toute suite croissante et majorée($U_n \leq a$) est convergente
- Toute suite décroissante et minorée($U_n \geq b$) est convergente.

Théorème de 4 points

Soit U une suite définie par : $\begin{cases} U_0 \text{ donnée} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$ on à

- f est une fonction définie sur un ensemble D_f avec $x = U_n$ et $f(x) = U_{n+1}$
- (U_n) est convergente et converge vers une limite $L \in D_f$
- f est continue en L
- L est la seule solution de l'équation $f(L) = L$

Suites convergentes -Suites divergente

Définition

Soit (U_n) une suite réelle avec $n \in I \subset IN$

■On dit que la suite (U_n) est convergente $\Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = L$ (réel)

■On dit que la suite (U_n) est divergente $\Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \infty$ ou n'existe pas

Remarques

■Une suite est convergente lorsque sa limite en $+\infty$ est un réel L fini et on dit qu'elle converge vers L

■Si une suite est convergente alors sa limite est un réel unique

■Lorsque (U_n) est définie par son terme génerale on peut calculer sa limite en $+\infty$

■on utilisant les régles des calculs des limites en $+\infty$ des fonctions usuelles

(n joue le role de x)Ou bien par le principe de limite de suite géometrique

Théorème de comparaison

Inégalité	Comportement en $+\infty$	Conclusion
$U_n \leq V_n$	$\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = -\infty$
$U_n \geq V_n$	$\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$
$W_n \leq U_n \leq V_n$	$\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = \lim\limits_{n\to+\infty} W_n = L$ (réel)	$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = L$
$\lvert U_n - a\rvert \leq V_n$	$\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$